Math. P.
129 k

Math. P.
129 k

Emmerig

Geometrische Kopfrechenaufgaben

und

deren Auflösungen.

Für die

Oberklassen der Volksschulen,
für Fortbildungs- und Mittelschulen,
Lehrerseminarien rc.

Von

A. Emmerig,
Kgl. Seminarlehrer in Lauingen.

Bamberg.
Verlag der Buchnerschen Verlags-Buchhandlung.
1887.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Druck von Junge & Sohn in Erlangen.

Inhaltsübersicht.

Seite

Vorbemerkung 1

I. **Longimetrie.**

A. Linien und Winkel und Proportionalität der Linien . . 5
(33 Aufgaben.)

B. Das Dreieck 14
(14 Aufgaben.)

C. Das Viereck 17
(15 Aufgaben.)

D. Das Vieleck 21
(17 Aufgaben.)

E. Kreislinien 26
(34 Aufgaben.)

II. **Planimetrie.**

A. Parallelogramme 37
(52 Aufgaben.)

B. Inhalt des Dreiecks 51
(14 Aufgaben.)

C. Trapez und Trapezoid 55
(18 Aufgaben.)

D. Rechtwinkliges Dreieck 61
(33 Aufgaben.)

E. Inhalt regulärer Vielecke. 73
(11 Aufgaben.)

F. Inhalt des Kreises 78
(33 Aufgaben.)

Seite

III. **Stereometrie.**

A. Würfel 93
(20 Aufgaben.)

B. Prisma 100
(24 Aufgaben.)

C. Walze oder Cylinder 109
(23 Aufgaben.)

D. Pyramide und Pyramidenstumpf 115
(20 Aufgaben.)

E. Kegel und Kegelstumpf 121
(21 Aufgaben.)

F. Kugel 128
(20 Aufgaben.)

Vorbemerkung.

Hiemit sei eine Reihe von Rechenaufgaben der Öffentlichkeit übergeben. Dieselben gehören den verschiedenen Disziplinen der Geometrie an, sind den Lehrsätzen derselben angepaßt, dienen zu deren Wiederholung und besseren Einprägung und sind nach Möglichkeit dem praktischen Leben entnommen. Sämmtliche Aufgaben sind neu. Jene, welche mit Sternchen versehen sind, deuten die sogenannte Lamé'sche Zahlenreihe*) an. Das ist folgende Reihe: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 .... Zwei nebeneinander stehende Zahlen in dieser Reihe zusammen addiert geben immer die nächstfolgende. Diese Reihe ist auch deshalb merkwürdig, weil sich je zwei benachbarte Glieder derselben immer mehr dem Verhältnisse des goldenen Schnittes nähern, je weiter man die Reihe, welche sich auch in Bruchform ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{8}{21}$ u. s. w.) angeben läßt, fortsetzt.

Außer dieser Lamé'schen Reihe wurde bei der Bildung der Aufgaben besondere Berücksichtigung dem magister matheseos oder dem pythagoreischen Lehrsatze (II. Teil, a, rechtwinkeliges Dreieck) sowie dem Kreisverhältnisse zugewendet, da beide manche praktische Anwendung zulassen.

---

*) Lamé, Mathematiker zu Paris, gest. 1870.

So mögen denn die folgenden Rechenaufgaben, wovon die leichteren in den oberen Klassen der Volksschule und in Fortbildungsschulen gelöst werden können und die schwierigeren für die an diese sich anschließenden Anstalten bestimmt sind und daselbst hauptsächlich auch bei mündlichen Prüfungen Verwendung finden dürften, einer wohlwollenden Aufnahme sich erfreuen.

I. Teil.

Longimetrie.

A. Linien und Winkel und Proportionalität der Linien.

1. Die Zimmer eines Hauses haben eine Höhe von 2 m 78 cm. Die Mauer vom Boden bis zu jedem Fenster hat 91 cm und von der Decke bis zu jedem Fenster 42 cm. Wie hoch sind die Fenster?

Aufl.: Die Mauerhöhe von 91 cm und 42 cm beträgt 133 cm. Die Zimmerhöhe ist 2 m 78 cm. Demnach bleibt für jedes Fenster noch eine Höhe von 278 cm weniger 133 cm. Das ist 145 cm. Die Fenster haben daher eine Höhe von **1** m **4** dm **5** cm.

2. Der Schatten eines Turmes mißt 36 m und der einer senkrechten 7 m langen Stange 4 m 5 dm. Wie hoch ist der Turm?

Aufl.: Die Schattenlänge von 4 m 5 dm ist in jener von 36 m achtmal enthalten, folglich ist auch die Höhe von 7 m in der Turmhöhe achtmal enthalten. 8 mal 7 m sind 56 m. Der Turm hat also eine Höhe von **56** m.

3. Ein zweistöckiges Haus ist $10\frac{1}{2}$ m hoch. Der erste Stock hat $3\frac{1}{4}$ m und der zweite 3 m 1 dm. Wie hoch ist das Dach?

Aufl.: $3\frac{1}{4}$ m und 3 m 1 dm oder 3 m 25 cm und 3 m 10 cm sind 6 m 35 cm Diese abgezogen von 10 m 50 cm bleiben **4** m **15** cm als Dachhöhe.

4. Eine Straße ist 6450 m lang und soll mit 15 m voneinander entfernten Obstbäumen bepflanzt werden. Wie viele Bäume sind hiezu erforderlich, wenn der erste Baum 10 m vom Anfange der Straße weggesetzt wird?

Aufl.: Da die Bäume je 15 m Entfernung voneinander haben und 10 m vom Anfange der Straße an beginnen, so braucht man auf einer Seite der Straße so oftmal einen Baum, so oft 15 in 6450 enthalten ist. Es ist 403 mal darin enthalten. Demnach hat man auf jeder Seite **430** Bäume und im ganzen **860** Bäume nötig.

5. Eine Stiege hat 3 m 3 dm Höhe. Wie hoch ist jede Stufe, wenn deren ein Dutzend vorhanden ist?

Aufl.: 3 m 3 dm sind 330 cm. Ein Dutzend hat 12 Stück. Der 12. Teil von 330 cm beträgt $27\frac{1}{2}$ cm. Demnach hat jede Stufe eine Höhe von **2** dm **75** mm.

6. Von zwei Nebenwinkeln hat der eine 47° 55′ 34″, wie groß ist der andere?

Aufl.: Zwei Nebenwinkel haben zusammen 2 R oder 180°. Also hat der zweite 180° weniger 47° 55′ 34″ = **132° 4′ 26″**.

7. An einerlei Seite einer geraden Linie liegen drei Winkel mit gemeinsamen Scheitel, welche im Verhältnisse von 1 zu $1\frac{1}{2}$ zu $3\frac{1}{2}$ stehen. Wie groß ist jeder Winkel?

Aufl.: Alle in einem Scheitelpunkte zusammenstoßenden Winkel an einerlei Seite einer geraden Linie betragen zusammen 180°. Das gegebene Verhältnis ist 1 : $1\frac{1}{2}$: $3\frac{1}{2}$ oder 2 : 3 : 7. 12 Teile sind also 180°, dann ist ein Teil 15°. Der erste Winkel hat 2 solcher Teile oder 2 mal 15°; das ist **30°**. Der zweite Winkel hat 3 Teile oder 3 mal 15° = **45°** und der dritte Winkel hat 7 Teile oder 7 mal 15°, also **105°**.

8. Um einen gemeinschaftlichen Scheitelpunkt liegen vier Winkel. Dieselben verhalten sich zu einander wie 1 zu 2 zu $2\frac{3}{4}$ zu $3\frac{1}{4}$. Wie groß ist jeder?

Aufl.: Alle Winkel um einen gemeinschaftl. Scheitelpunkt betragen zusammen 4 R oder 360°. Die gegebenen Winkel verhalten sich zu einander wie 1 : 2 : $2\frac{3}{4}$: $3\frac{1}{4}$ oder wie 4 : 8 : 11 : 13. 36 Teile sind 360°, also beträgt 1 Teil 10°. Der erste Winkel hat demnach 4 Teile oder **40°**, der zweite hat 8 Teile oder **80°**, der dritte hat 11 Teile oder **110°** und der vierte Winkel hat 13 Teile oder **130°**.

9. Von zwei Scheitelwinkeln hat jeder 65° 48″. Wie groß ist jeder der beiden anderen?

Aufl.: Alle vier Scheitelwinkel haben zusammen 360°. Die zwei gegebenen Winkel haben mit einander 2 mal 65° 48″ oder 130° 1′ 36″. Demnach haben die beiden anderen zusammen 360° weniger 130° 1′ 36″ oder 229° 58′ 24″ und jeder hat davon die Hälfte, nämlich **114° 59′ 12″**.

10*. Bei einem Kreuze verhält sich die Länge des Vertikalbalkens zu der des Horizontalbalkens wie 89 zu 55. Wenn nun bei letzterem die Entfernung der Mitte bis zu einem äußersten Punkte $2\frac{1}{16}$ dm beträgt, welches ist dann die Höhe des Kreuzes?

Aufl.: Wenn die Entfernung der Mitte des Horizontalbalkens von einem äußersten Punkte desselben $2\frac{1}{16}$ dm beträgt, dann hat der ganze wagrechte Kreuzbalken das Doppelte hievon, also $4\frac{1}{8}$ dm. Ist das Verhältnis der Länge dieses Balkens zu der des senkrechten wie 55 : 89, so beträgt die Länge des letzteren $\frac{89}{55}$ mal $4\frac{1}{8}$ dm oder $\frac{89}{55}$ mal $\frac{33}{8}$ = $\frac{89}{5}$ mal $\frac{3}{8}$ = $\frac{267}{40}$ oder $6\frac{27}{40}$ dm. Die Höhe des Kreuzes beträgt also **$6\frac{27}{40}$ dm**.

11*. Bei einem ungleicharmigen Hebel, bei welchem sich die Arme wie 55 zu 144 verhalten, greifen an dem Endpunkte des kürzeren $2\frac{3}{4}$ dm langen Hebelarms 4 kg an. Wie schwer muß die Last am

Endpunkte des längeren Hebelarms sein, um das Gleichgewicht herzustellen?

Aufl.: Hat der kürzere Arm $2\frac{3}{4}$ dm, dann hat der andere bei dem gegebenen Verhältnisse $\frac{144}{55}$ mal $\frac{11}{4}$ dm oder $\frac{36}{5}$ dm $= 7\frac{1}{5}$ dm. Hat das Gewicht am kürzeren Arme 4 kg, dann beträgt das statische Moment dieses Armes $\frac{11}{4}$ mal 4; das ist 11. Da die Momente auf beiden Seiten gleich sein müssen, so hat die Last am längeren Arme den $7\frac{1}{5}$ten Teil von 11 oder $\frac{5}{36}$ mal 11; das ist $\frac{55}{36}$ kg oder **$1\frac{19}{36}$** kg.

12. In einer Baumschule sind die meterbreiten Beete 3,68 **m** lang. Die Saatschule hat 2 Beete mit Stämmchen in 5 Reihen bei durchschnittlich 4 cm Abstand der Bäumchen von einander. Die Edelschule hat 5 Beete mit Bäumchen in 3 Reihen und 3 dm Abstand und die eigentliche Baumschule enthält 11 Beete mit mehrjährigen Stämmchen in 2 Reihen und 6 dm Bäumchenabstand. An den Breitseiten der Beete sind die Stämmchen immer 4 cm vom Wege entfernt. Wie viele Bäumchen enthält die ganze Baumschule?

Aufl.: Die Saatschule hat 2 Beete mit Stämmchen bei 4 cm Abstand. Bei einer Länge von 3,68 m und einer Entfernung von 4 cm von jedem der beiden Wege enthält jede Reihe $\frac{360}{4}$ und 1 Bäumchen, also 91 Stämmchen. Jedes Beet enthält 5 Reihen und die beiden Beete enthalten 10 Reihen, also 10 mal 91 oder 910 Stämmchen.

Die Edelschule hat 5 Beete mit Bäumchen von 3 dm Abstand. In einer Länge von 36 dm stehen dann $\frac{36}{3}$ und ein Stämmchen, also 13 Bäumchen in der Reihe. In 3 Reihen befinden sich dann 39 Bäumchen und in 5 Beeten sind es deren 5 mal 39 oder 195 Stück.

Die dritte Abteilung hat 11 Beete mit Bäumchen von 6 dm Abstand. Bei der gegebenen Länge von 36 dm stehen in 1 Reihe $\frac{36}{6}$ und 1 Stämmchen oder 7 Stück und in 2 Reihen deren 14. Bei 11 Beeten sind dann 11 mal 14 oder 154 Bäumchen vorhanden. — Demnach enthält die ganze Baumschule 154 und 195 und 910 oder **1259** Bäumchen.

13*. Bei einer Solnhofer Platte in Form eines regulären Fünfecks hat die Diagonale 377 mm. Welches ist der Umfang der Platte? (Siehe Vorwort).

Aufl.: Die Diagonale eines regelmäßigen Fünfecks stellt den Major zu einer Seite desselben als Minor dar. Nach der Laméschen Zahlenreihe 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ... beträgt der Minor 233 Längseinheiten, wenn der Major deren 377 hat. Ist nun eine Seite des regulären Fünfecks 233 mm lang, dann haben die 5 Seiten 5 mal 233 mm oder 1165 mm. Der Umfang der Platte beträgt daher **11 dm 65 mm**.

14*. Der Froschlöffel (Alisma Plantago L), eine Sumpfpflanze, zeigt vom Gipfel an nach abwärts die Abschnitte der Hauptachse im Verhältnisse von 8 zu 13 zu 21. Wenn nun ein mittlerer Abschnitt $9\frac{3}{4}$ cm groß ist, welche Länge haben dann die beiden oben und unten angrenzenden Abschnitte?

Aufl.: Hat ein mittlerer Abschnitt $9\frac{3}{4}$ cm oder $\frac{39}{4}$ cm, dann hat bei dem gegebenen Verhältnisse der obere kleinere Abschnitt $\frac{8}{13}$ mal und der untere größere Abschnitt $\frac{21}{13}$ mal $\frac{39}{4}$ cm. $\frac{8}{13}$ mal $\frac{39}{4}$ cm sind 2 mal 3 oder 6 cm. $\frac{21}{13}$ mal $\frac{39}{4}$ cm sind $\frac{63}{4}$ oder $15\frac{3}{4}$ cm. Der obere Abschnitt hat also **6** cm und der untere **$15\frac{3}{4}$** cm.

15*. Wenn man die Bischofsmütze, eine Mitraschnecke (Mitra episcopalis L.), der Länge nach anschleift, dann zeigen die einzelnen Kammern in einerlei Fallinie ein Längenverhältnis von 5 zu 3. Wenn nun die dritte Kammer eines Exemplars 15 mm lang ist, wie lang ist dann die erste oder größte, ferner die zweite und die vierte Kammer?

Aufl.: Hat die dritte Kammer dieser Schnecke eine Länge von 15 mm, dann hat bei dem Verhältnisse von 5 zu 3 die zweite Kammer $\frac{5}{3}$ mal 15 oder 5 mal 5 = **25** mm. Die erste größte Kammer hat $\frac{5}{3}$ mal 25 oder $\frac{125}{3}$ = **$41\frac{2}{3}$** mm und die vierte Kammer ist $\frac{3}{5}$ mal 15 oder 3 mal 3 = **9** mm lang.

16. Das abgeschlagene Eisenstück zur Anfertigung eines Hufeisens hat 25 cm. Wie viele Hufeisen kann man aus einem Bunde Bandeisen machen, wenn dasselbe 35 m Länge hat und wie hoch kommt das Rohmaterial zu einem Dutzend Hufeisen, wenn der ganze Bund 175 ℔ à 12 ₰ hat?

Aufl.: Hat ein Stück Eisen 25 cm oder $\frac{1}{4}$ m, dann hat ein 35 m in der Länge messender Bund des Bandeisens 4 mal 35 oder 140 solche Stücke. Man kann also aus einem solchen Bunde **140** Hufeisen machen. — Haben diese miteinander 175 ℔, dann hat eines den 140. Teil von 175 ℔ ($\frac{25}{20}$) oder $\frac{5}{4}$ ℔. Ein Dutzend hat dann 12 mal $1\frac{1}{4}$ ℔ oder 15 ℔ und kostet demnach 15 mal 12 ₰ (1,50 ℳ und 30 ₰) oder **1 ℳ 80 ₰**.

17*. Der bekannte Pastinak (Pastinaca sativa L) hat bei vielen Blättern vier Abschnitte in solcher Ausdehnung, daß der unterste oder erste Abschnitt sich zum dritten und ebenso der zweite sich zum vierten verhält, wie 89 zu 55. Wenn nun der zweite Abschnitt eines solchen Blattes $6\frac{2}{5}$ cm und der dritte $5\frac{1}{2}$ cm lang ist, wie groß ist dann der unterste und vierte Abschnitt?

Aufl.: Der unterste Abschnitt hat beim gegebenen Verhältnisse von 89 zu 55, wenn der dritte Abschnitt $5\frac{1}{2}$ cm lang ist, $\frac{89}{55}$ mal $\frac{11}{2}$ oder $\frac{89}{10}$ = **8,9** cm. Der vierte Abschnitt hat bei demselben Verhältnisse, wenn der zweite Abschnitt $6\frac{2}{5}$ cm hat, $\frac{55}{89}$ mal $\frac{32}{5}$ oder $\frac{11}{89}$ mal 32 = $\frac{352}{89}$ oder **$3\frac{85}{89}$** cm.

18. Es werden zwei parallele Linien durch eine dritte geschnitten. Einer der dadurch entstehenden Wechselwinkel hat 76° 42′ 30″. Wie groß ist jeder der übrigen Winkel?

Aufl.: Der Wechselwinkel von 76° 42′ 30″ hat mit dem dazu gehörigen Nebenwinkel 180°. Folglich hat dieser Nebenwinkel allein 180° weniger 76° 42′ 30″ oder **103° 17′ 30″**. Der zum ersten Winkel gehörige Scheitelwinkel hat ebenfalls **76° 42′ 30″** und der Scheitelwinkel zu dem erwähnten ersten Nebenwinkel hat 103° 17′ 30″. — Ebenso haben an der zweiten Parallele die zwei größeren Scheitelwinkel je **103° 17′ 30″** und die zwei kleineren Winkel je **76° 42′ 30″**.

19. Auf einem 150 m hohen Berge wird ein Gasthaus gebaut. Wie stark ist die Steigung von dem Ufer eines Sees aus, welches $2\frac{1}{4}$ km von dem Hause entfernt ist?

Aufl.: Die Entfernung beträgt $2\frac{1}{4}$ km oder 2250 m. Das Haus wird 150 m über der Ebene gebaut. Beträgt die Steigung bei 2250 m Weglänge 150 m oder bei 225 m Länge 15 m, dann kommt auf 1 m Steigung eine Wegstrecke von $\frac{225}{15}$ oder 15 m. Die Steigung ist also **1 : 15** oder **$6\frac{2}{3}$ %**.

20*. Ein $32\frac{2}{3}$ cm langer Schenkel eines Winkels ist in 7 gleiche Teile geteilt und von den Teilpunkten sind Parallelen auf den anderen Schenkel gezogen. Wie lang sind die einzelnen und die sämtlichen Teile dieses Schenkels, wenn sie zu dem des ersteren im Verhältnisse von 34 zu 21 stehen?

Aufl.: Ist der erste Schenkel $32\frac{2}{3}$ cm lang und in 7 gleiche Teile geteilt, dann ist ein Teil $\frac{1}{7}$ von $32\frac{2}{3}$ cm. Das ist $4\frac{2}{3}$ cm. Auf dem zweiten Schenkel haben die Teile je $\frac{34}{21}$ mal $4\frac{2}{3}$ cm oder $\frac{34}{21}$ mal $\frac{14}{3} = \frac{34}{3}$ mal $\frac{2}{3}$ oder $\frac{68}{9} =$ **$7\frac{5}{9}$** cm. Sämtliche Teile haben dann 7 mal $7\frac{5}{9}$ cm oder **$52\frac{8}{9}$** cm.

21*. Die Kölner Domtürme haben eine Höhe von je 156 m. Teilt man die Länge eines solchen Turmes im Verhältnisse von 5 zu 8 in zwei Teile, dann ist der kleinere Teil die Breite der Westfassade des Domes. Wie breit ist diese?

Aufl.: Wenn man die Länge eines Turmes in dem angegebenen Verhältnisse teilt, dann treffen 5 gleiche Teile auf den Minor und 8 solcher Teile auf den Major. Einer dieser Teile ist dann gleich $\frac{1}{13}$ von 156 m = 12 m. Da auf die Westfassade 5 solcher Teile kommen, so hat dieselbe eine Breite von 5 mal 12 m oder **60** m.

22*. Zwischen den Schenkeln eines Winkels sind zwei Parallelen gezogen. Die erste trifft den einen Schenkel $3\frac{1}{2}$ cm vom Scheitelpunkte entfernt und die zweite denselben Schenkel in der $5\frac{1}{2}$fachen Entfernung vom Scheitelpunkte. Wenn die auf dem anderen Schenkel abgeschnittenen Stücke zu denen des ersten Schenkels sich verhalten wie 13 zu 21 (wie 8 zu 5), wie weit sind dann die Teilpunkte auf dem zweiten Schenkel vom Scheitelpunkte entfernt?

Aufl.: Trifft die eine Linie den ersten Schenkel $3\frac{1}{2}$ cm vom Scheitelpunkte entfernt und die zweite ihn in der $5\frac{1}{2}$fachen Entfernung, so ist der zweite Schnittpunkt $5\frac{1}{2}$ mal $3\frac{1}{2}$ cm oder $\frac{11}{2}$ mal $\frac{7}{2} = \frac{77}{4}$ oder $19\frac{1}{4}$ cm vom Scheitelpunkte entfernt. Bei dem Verhältnisse von 13 zu 21 ist der erste Schnittpunkt auf dem anderen Schenkel $\frac{13}{21}$ mal $\frac{7}{2}$ cm oder $\frac{13}{3}$ mal $\frac{1}{2} = \frac{13}{6}$ oder $\mathbf{2\frac{1}{6}}$ cm und der zweite Schnittpunkt $\frac{13}{21}$ mal $\frac{77}{4}$ oder $\frac{13}{3}$ mal $\frac{11}{4} = \frac{143}{12}$ oder $\mathbf{11\frac{11}{12}}$ cm vom Scheitelpunkte entfernt.

(Bei dem Verhältnisse von 8 zu 5 ist der erste Schnittpunkt auf dem zweiten Schenkel $\frac{8}{5}$ mal $\frac{7}{2}$ cm oder $\frac{56}{10} = \mathbf{5\frac{3}{5}}$ cm und der zweite Teilpunkt $\frac{8}{5}$ mal $\frac{77}{4}$ oder $\frac{2}{5}$ mal $77 = \frac{154}{5}$ oder $\mathbf{30\frac{4}{5}}$ cm vom Scheitelpunkte entfernt.)

23*. Ein Weideplatz in Form eines Dreiecks wird durch einen Graben in ein Trapez und ein kleineres Dreieck geteilt. Nun verhält sich der kleinere Abschnitt der einen Seite zu dem größeren der nämlichen Seite wie 8 zu 34. Wenn der kleinere Abschnitt dieser Seite $5\frac{1}{3}$ m und jener der anderen Seite 6 m hat, wie groß sind dann beiderseits die größeren Abschnitte?

Aufl.: Hat auf der einen Seite der kleinere Abschnitt $5\frac{1}{3}$ m dann hat der dazu gehörige größere Abschnitt bei dem gegebenen Verhältnisse $\frac{34}{8}$ mal $5\frac{1}{3}$ m oder $\frac{34}{8}$ mal $\frac{16}{3} = 34$ mal $\frac{2}{3}$ oder $\mathbf{22\frac{2}{3}}$ m. Auf der anderen Seite findet das gleiche Verhältnis statt. Hat der kleinere Abschnitt der zweiten Seite 6 m, dann hat der größere der nämlichen Seite $\frac{34}{8}$ mal 6 m oder $\frac{17}{4}$ mal $6 = \frac{17}{2}$ mal $3 = \frac{51}{2}$ oder $\mathbf{25\frac{1}{2}}$ m.

24*. Ein Dreieck wird durch eine zur Basis parallele Linie in zwei Figuren zerlegt. Wenn die Abschnitte der einen 12 cm langen Seite sich wie 3 zu 5 verhalten und die andere Seite 15 cm lang ist, wie groß ist dann jeder der vier Abschnitte?

Aufl.: Durch die zur Basis parallel gezogene Linie werden die beiden anderen Seiten des Dreiecks so geteilt, daß sich die Abschnitte der einen Seite so zu einander verhalten wie die der anderen Seite. Hat nun die eine Seite 12 cm und verhalten sich deren Abschnitte wie 3 zu 5, dann ist ein Abschnitt $\frac{3}{8}$ mal 12 cm und der zweite $\frac{5}{8}$ mal 12 cm groß. Der eine Abschnitt hat also $\frac{3}{2}$ mal 3 oder $\mathbf{4\frac{1}{2}}$ cm und der andere $\frac{5}{2}$ mal 3 oder $\mathbf{7\frac{1}{2}}$ cm. Auf der zweiten 15 cm langen Seite hat der eine Abschnitt eine Länge von $\frac{3}{8}$ mal 15 oder $\mathbf{5\frac{5}{8}}$ cm und der zweite Abschnitt eine Länge von $\frac{5}{8}$ mal 15 oder $\mathbf{9\frac{3}{8}}$ cm.

25*. In einem Dreiecke wird von der Spitze aus eine Linie so auf die gegenüber liegende Seite gezogen, daß dadurch der Winkel an der Spitze halbiert wird. Die beiden Abschnitte der durch die Linie geteilten Seite verhalten sich wie 13 zu 21. Wenn nun der kleinere Abschnitt $8\frac{2}{3}$ cm und die angrenzende zweite kleinere Seite des Dreiecks $6\frac{1}{2}$ cm hat, wie groß ist dann der Umfang des Dreiecks?

Aufl.: Verhalten sich die Abschnitte wie 13 zu 21 und ist der kleinere Abschnitt $8\frac{2}{3}$ cm groß, dann hat der größere Abschnit $\frac{21}{13}$ mal $8\frac{2}{3}$ cm oder $\frac{21}{13}$ mal $\frac{26}{3} = 7$ mal 2 oder 14 cm. Die ganze Seite hat demnach $22\frac{2}{3}$ cm. — In dem betreffenden Dreiecke verhalten sich die beiden Abschnitte der einen Seite so zu einander wie die beiden anderen Seiten. Hat demnach die zweite Seite $6\frac{1}{2}$ cm, dann hat die dritte Seite $\frac{21}{13}$ mal $\frac{13}{2}$ oder $\frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$ cm. Der Umfang des Dreiecks beträgt dann $22\frac{2}{3}$ cm und $6\frac{1}{2}$ cm und $10\frac{1}{2}$ cm oder **$39\frac{2}{3}$** cm.

26*. In einem Dreiecke werden drei Parallelen zur Basis gezogen, so daß sich die Abschnitte auf der $27\frac{1}{2}$ cm langen Seite wie 1 zu 2 zu 3 zu 5 verhalten. Wie lang sind diese Abschnitte und die der anderen 24 cm langen Seite?

Aufl.: Verhalten sich die Teile wie 1 : 2 : 3 : 5, dann zerfällt die $27\frac{1}{2}$ cm lange Seite in 11 Teile. Einer davon ist $\frac{1}{11}$ von $27\frac{1}{2}$ oder von $\frac{55}{2}$. Das ist $\frac{5}{2}$ oder **$2\frac{1}{2}$** cm. So groß ist der erste oder kleinste Abschnitt der einen Seite. Der zweite hat das Doppelte hievon oder **5** cm, der dritte hat das Dreifache davon oder **$7\frac{1}{2}$** cm und der vierte hat das Fünffache von $2\frac{1}{2}$ cm oder **$12\frac{1}{2}$** cm.

Auf der anderen Seite ist das Verhältnis das gleiche und die Seite hat 24 cm, daher hat der erste oder kleinste Abschnitt den 11. Teil von 24 cm, also **$2\frac{2}{11}$** cm, der nächste Abschnitt hat **$4\frac{4}{11}$** cm, der dritte hat **$6\frac{6}{11}$** cm und der letzte **$10\frac{10}{11}$** cm.

27. Man verbinde zwei Punkte A und B mit einem dritten, wegen eines Sumpfes unzugänglichen Punkte C durch gerade Linien so, daß diese ein rechtwinkliges Dreieck darstellen, dessen zugängliche Basis 81 m lang ist. Auf dieser Basis messe man vom Endpunkte an eine Strecke von 3 m so ab, daß eine auf dem erhaltenen Teilpunkte errichtete 5 m lange Senkrechte ein Dreieck abschneidet, welches dem ersten ähnlich ist. Wie weit ist A von C entfernt?

Aufl.: Das erhaltene zweite rechtwinklige Dreieck ist dem ersten ähnlich. Daher verhält sich dessen Basis von 3 m zu der 81 m langen Basis des zweiten Dreiecks wie die 5 m lange Senkrechte oder Kathete zu der zu suchenden Kathete, welche die Entfernung von A und C darstellt (3 : 81 = 5 : x). Das Dreifache dieser Entfernung beträgt demnach 5 mal 81 m oder 405 m. Die einfache Länge ist dann der dritte Teil von 405 m oder 135 m. Der Punkt A ist daher von dem unzugänglichen Punkte C **135** m entfernt.

28. In einem Dreiecke zieht man von der Spitze aus eine Linie so auf die gegenüber liegende Seite, daß durch sie der Winkel an der Spitze halbiert wird. Nun verhalten sich die beiden Abschnitte der $31\frac{1}{2}$ cm langen Seite wie 8 : 13. Wie lang sind diese Ab-

schnitte und wie lang ist die dritte größere Seite, wenn die zweite 20 cm hat?

Aufl.: Durch die gezogene Linie erhält man auf der Basis des Dreiecks zwei Teile, welche sich zu einander verhalten wie die beiden anderen Seiten des Dreiecks. Ist die Basis $31\frac{1}{2}$ cm groß und verhalten sich die Abschnitte wie 8 zu 13, dann hat ein Abschnitt den 21. Teil von $31\frac{1}{2}$ cm 8 mal und der andere 13 mal. Der 21. Teil von $31\frac{1}{2}$ cm oder von $\frac{63}{2}$ cm ist gleich $\frac{3}{2}$ oder $1\frac{1}{2}$ cm. 8 mal $1\frac{1}{2} = 12$ und 13 mal $1\frac{1}{2} = 19\frac{1}{2}$. Der eine Abschnitt hat also **12** cm und der andere **$19\frac{1}{2}$** cm.

Hat die zweite Seite 20 cm, dann hat die dritte im gegebenen Falle $\frac{13}{8}$ mal 20 oder $\frac{13}{2}$ mal $5 = \frac{65}{2}$ oder **$32\frac{1}{2}$** cm.

29. Ein Forstmann schätzt die Höhe einer Eiche mit Hilfe eines aus Linealen geformten rechtwinkligen Dreiecks von gleich langen Katheten. Er wendet die Vorrichtung $16\frac{1}{2}$ m (20 m; 23,5 m) von der Achse des Stammes entfernt und in einer Höhe von 1,7 m so an, daß die eine Kathete eine senkrechte Lage hat und er durch Visieren längs der Hypotenuse die Spitze des Baumes wahrnimmt. Wie hoch ist derselbe?

Aufl.: Denkt man sich die Hypotenuse des angewendeten Dreiecks bis zur Baumspitze und die wagrechte Kathete bis zur Achse der Eiche verlängert, dann stellt die Achse die zweite Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks dar, welches dem angewendeten ähnlich ist. Da bei diesem die Katheten gleich lang sind, so ist das auch beim größeren Dreiecke der Fall. Wenn demnach die Entfernung von der Mitte des Stammes $16\frac{1}{2}$ m beträgt, so ist die senkrechte Achse des Baumes innerhalb des größeren Dreiecks ebenfalls $16\frac{1}{2}$ m lang. Wegen des Abstandes vom Boden hat der Baum noch die weiteren 1,7 m mehr. Er ist also **$18\frac{1}{5}$** m hoch.

(Der zweite Baum ist 20 m und 1,7 m oder **21,7** m hoch. Die dritte Eiche hat 23,5 m und 1,7 m, also **$25\frac{1}{5}$** m.)

30. Ein gleichschenkliges Dreieck mit 4 dm Basis und 6 dm Höhe wird durch eine 2 dm von der Spitze entfernte zur Basis parallelen Linie in zwei ungleiche Teile zerlegt. Welches ist die Länge dieser Parallellinie?

Aufl.: Die gegebene Höhenlinie teilt dieses Dreieck mit der Parallellinie in zwei größere und zwei kleinere rechtwinklige Dreiecke, welche einander ähnlich sind. Daher verhält sich die zuerst zu suchende Basis eines kleineren Dreiecks zu der $\frac{4}{2}$ oder 2 dm langen Basis eines größeren rechtwinkligen Dreiecks wie die 2 dm lange kleinere Höhenlinie zu der 6 dm langen größeren Höhenlinie. Die 6fache Länge der zu suchenden Basis ist demnach gleich 4 dm und die einfache Länge beträgt dann $\frac{4}{6}$ oder $\frac{2}{3}$ dm. Die 2 dm von der Spitze entfernte

Parallele hat das Doppelte hievon, also ist sie $\frac{4}{3}$ dm oder $1\frac{1}{3}$ dm lang.

31. In einem Halbkreise zieht man eine Senkrechte so auf den Durchmesser, daß dieser in zwei Abschnitte von 16 mm und 25 mm (9 mm und 25 mm; 16 mm und 81 mm; $2\frac{1}{2}$ cm und $3\frac{3}{5}$ cm; 3,6 cm und 6,4 cm) Länge geteilt wird. Wie lang ist diese Senkrechte?

Aufl.: Diese Senkrechte ist das geometrische Mittel zwischen den beiden Abschnitten. Demnach verhält sich 16 zu dieser Senkrechten wie sich diese zu 25 verhält. 16 mal 25 ist daher gleich dem Quadrate dieses Perpendikels und dieses selbst ist dann gleich der Quadratwurzel aus 16 mal 25 oder (4 mal 5 oder) der Wurzel aus 400, also 20. Die gezogene Senkrechte hat demnach **20** mm oder **2** cm.

(a. 9 mal 25 = 225. $\sqrt{225} = 15$. Also **15** mm oder $\mathbf{1\frac{1}{2}}$ cm. [Oder die Wurzel aus 9 . 25 = 3 . 5 = 15.]

b. 16 . 81 = 1296. $\sqrt{1296} = 36$. Demnach **36** mm oder $\mathbf{3\frac{3}{5}}$ cm. [Oder $\sqrt{16 . 81} = 4 . 9 = 36$.]

c. $2\frac{1}{2} . 3\frac{3}{5} = \frac{5}{2} . \frac{18}{5} = \frac{18}{2}$ oder 9. $\sqrt{9} = 3$. Also **3** cm. [Oder $2\frac{1}{2}$ cm = 25 mm; $3\frac{3}{5}$ cm = 36 mm. 25 . 36 = 900. $\sqrt{900} = 30$. Also 30 mm oder 3 cm.] [Oder $\sqrt{25 . 36} = 5 . 6 = 30$.]

d. 36 . 64 = 2304. $\sqrt{2304} = 48$. Also 48 mm oder $4\frac{4}{5}$ cm. [Oder $\sqrt{36 . 64} = 6 . 8 = 48$.] [$3\frac{3}{5} . 6\frac{2}{5} = \frac{18}{5} . \frac{32}{5} = \frac{576}{25}$. $\sqrt{\frac{576}{25}} = \frac{24}{5} = \mathbf{4\frac{4}{5}}$ cm.)

32. Von dem Scheitel eines Winkels im Halbkreise zieht man ein Perpendikel auf den Durchmesser so, daß derselbe in zwei ungleiche Teile geteilt wird. Wenn nun der kleinere Abschnitt 3 cm (13 cm, $4\frac{1}{2}$ cm) und der kürzere Schenkel des Winkels 5 cm (21 cm, 7 cm) lang ist, wie groß ist dann der andere Abschnitt?

Aufl.: Dieser kürzere Schenkel ist die mittlere Proportionale zwischen dem kleineren Abschnitte und dem ganzen Durchmesser. Demnach verhalten sich 3 cm zu 5 cm wie 5 cm zu dem Durchmesser. Das Dreifache des Durchmessers ist dann gleich 5 mal 5 oder 25 cm und der einfache Durchmesser beträgt $8\frac{1}{3}$ cm. Ist dies der ganze Durchmesser, dann hat der größere Abschnitt desselben $8\frac{1}{3}$ cm weniger 3 cm, also $\mathbf{5\frac{1}{3}}$ cm.

(13 : 21 = 21 zum Durchmesser. Das Dreizehnfache des Durchmessers ist gleich 21 mal 21 cm oder 441 cm. Der einfache Durchmesser ist dann $33\frac{12}{13}$ cm. Der größere Abschnitt hat demnach $33\frac{12}{13}$ cm weniger 13 cm, also $\mathbf{20\frac{12}{13}}$ cm.

$4\frac{1}{2}$: 7 = 7 zum Durchmesser. Das $4\frac{1}{2}$fache des Durchmessers ist 7 mal 7 oder 49 cm. Ist das $4\frac{1}{2}$- oder $\frac{9}{2}$fache gleich 49 cm, dann ist die Hälfte des Durchmessers gleich $\frac{49}{9}$ oder $5\frac{4}{9}$ cm und der ganze Durchmesser hat dann $10\frac{8}{9}$ cm.

Hievon $4\frac{1}{2}$ cm abgezogen bleiben $10\frac{16}{18}$ weniger $4\frac{9}{18}$ oder **$6\frac{7}{18}$** cm für den größeren Abschnitt.)

33. Durch eine kreisrunde Scheibe zieht man zwei Sehnen, die sich schneiden. Die Abschnitte der kleineren Sehne betragen 18 cm und 24 cm und der größere Abschnitt der anderen Sehne beträgt 36 cm. Welche Länge hat der kleinere Abschnitt dieser Sehne?

Aufl.: Die Produkte dieser Sehnenabschnitte sind gleich. Betragen die Abschnitte der einen Sehne 18 cm und 24 cm, so ist deren Produkt 18 mal 24 oder 480 weniger 48 = 432. Der eine Abschnitt der zweiten Sehne beträgt 36 cm. Demnach hat der andere Abschnitt dieser Sehne den 36. Teil von 432 oder den 6. Teil von 72, also **12** cm.

B. Das Dreieck.

1. Bei einem Dreiecke verhalten sich die Innenwinkel wie $2\frac{1}{2}$ zu 4 zu $5\frac{1}{2}$ (wie 3 zu $4\frac{1}{2}$ zu 6). Wie groß ist jeder?

Aufl.: Die Winkel verhalten sich zu einander wie $2\frac{1}{2} : 4 : 5\frac{1}{2}$ oder wie 5 : 8 : 11. Sie enthalten demnach 24 Teile. Die Winkel eines Dreiecks haben zusammen 2 R oder 180°. Der 24. Teil von 180° = der 4. Teil von 30° = $7\frac{1}{2}$°. Der erste Winkel hat also 5 mal $7\frac{1}{2}$° oder **$37\frac{1}{2}$°**, der zweite hat 8 mal $7\frac{1}{2}$° oder **60°** und der dritte Winkel hat 11 mal $7\frac{1}{2}$° oder **$82\frac{1}{2}$°**.

($3 : 4\frac{1}{2} : 6 = 6 : 9 : 12$, zusammen 27 Teile: $\frac{180}{27} = \frac{60}{9}$ = 6° 40′, I. Winkel = 6 . 6° 40′ = **40°**, II. Winkel = 9. 6° 40′ = **60°**, III. Winkel = 12 . 6° 40′ = **80°**).

2. Ein Winkel eines Dreiecks hat 45° 50″ (50° 45′ 20″), ein anderer hat 50° 30′ 5″ (62° 10′ 15″), wie groß ist der dritte Winkel?

Aufl.: Alle drei Winkel haben zusammen 180°. Die zwei gegebenen Winkel haben 45° 50″ und 50° 30′ 5″ oder 95° 30′ 55″. Demnach hat der dritte Winkel 180° weniger 95° 30′ 55″. Das ist **84° 29′ 5″**.

(50° 45′ 20″ und 62° 10′ 15″ = 112° 55′ 35″. 180° weniger 112° 55′ 35″ = **67° 4′ 25″**).

3. In einem Dreiecke ist die Summe zweier Winkel gleich 130° 30′ (121° $36\frac{1}{2}$′); ihre Differenz beträgt 40° (36° 45′). Wie groß ist jeder Winkel?

Aufl.: Die drei Winkel haben zusammen 180°, also hat der dritte Winkel 180° weniger 130° 30′ oder **49° 30′**. Wenn die Summe des ersten und zweiten Winkels (a + b) = 130° 30′ und ihre Differenz (a—b) = 40°, so ist das Doppelte des ersten Winkels (2 a) = 130° 30′ und 40° = 170° 30′. Das Einfache des ersten Winkels beträgt davon die Hälfte, also **85° 15′**. Der zweite Winkel hat dann 130° 30′ weniger 85° 15′ oder **45° 15′**.

Oder:

Wären die zwei ersten Winkel einander gleich, dann hätte jeder die Hälfte von 130° 30', also 65° 15'. Weil aber der Unterschied beider 40° beträgt, so hat einer davon die Hälfte, demnach 20° mehr und der andere 20° weniger als 65° 15'. Folglich hat der erste Winkel **85° 15'** und der zweite **45° 15'**. Der dritte Winkel hat dann 180° weniger 130° 30' oder **49° 30'**.

(180° — 121° 36½' = **58° 23½'** als Größe des dritten Winkels. Der erste Winkel hat die Hälfte von 121° 36½' und von 36° 45' oder von 158° 21½'. Das ist **79° 10' 45''**. Der zweite Winkel hat 121° 36' 30'' — 79° 10' 45'' = **42° 25' 45''**).

4. Der Außenwinkel an der Seite eines Dreiecks beträgt 95° 45' (89° 25½'), einer der beiden inneren gegenüber liegenden Winkel beträgt 60° 55' (65° 40'). Wie groß sind die zwei übrigen inneren Winkel?

Aufl.: Der Außenwinkel eines Dreiecks ist so groß als die beiden inneren gegenüber liegenden Winkel zusammen. Beträgt derselbe 95° 45' und der eine gegenüber liegende Winkel hat 60° 55', so hat der zweite gegenüber liegende Winkel 95° 45' weniger 60° 55'. Er hat also **34° 50'**. Der dritte Innenwinkel hat dann 180° weniger 95° 45' oder **84° 15'**.

(89° 25½ — 65° 40' = **23° 45½'** als Größe des zweiten Innenwinkels. 180°—89° 25½' = **90° 34½'** als Größe des dritten).

5. Ein Winkel an der Basis eines gleichschenkligen Dreiecks hat 48° 25' 40''. Wie groß ist der Winkel an der Spitze?

Aufl.: Der zweite Winkel an der Basis ist ebensogroß wie der erste, hat also auch 48° 25' 40'', Beide zusammen haben hievon das Doppelte, also 96° 51' 20''. Der Winkel an der Spitze hat dann 180° weniger 96° 51' 20'' oder **83° 8' 40''**.

6. In einem gleichschenkligen Dreiecke beträgt der Winkel an der Spitze 75° 35' 30''. Wie groß ist jeder Winkel an der Basis?

Aufl.: Die Winkel an der Basis sind einander gleich. Beide haben zusammen 180° weniger 75° 35' 30''. Das ist 104° 24' 30''. Demnach hat jeder von ihnen hievon die Hälfte, nämlich **52° 12' 15''**.

7. Der Außenwinkel an der Basis eines gleichschenkligen Dreiecks hat 106° 32½'. Wie groß ist jeder Winkel des Dreiecks?

Aufl.: Der Außenwinkel bildet mit dem anliegenden inneren Winkel 2 R oder 180°. Demnach hat letzterer 180° weniger 106° 32½' = **73° 27½'**. Der zweite Winkel an der Basis ist ebensogroß, daher haben beide zusammen 2mal 73° 27½' oder 146° 55'. Der Winkel an der Spitze hat folglich 180° weniger 146° 55', also **33° 5'**.

8. Ein Winkel an der Basis eines gleichschenkligen Dreiecks hat $45^0\ 48\frac{1}{4}'$; wie groß ist der Außenwinkel an der Spitze desselben Dreiecks?

Aufl.: Beide Winkel an der Basis des gleichschenkligen Dreiecks haben 2 mal $45^0\ 48\frac{1}{4}' = 91^0\ 36\frac{1}{2}'$. Ebensogroß ist der Außenwinkel an der Spitze dieses Dreiecks, denn der Winkel an der Spitze desselben hat 180^0 weniger $91^0\ 36\frac{1}{2}' = 88^0\ 23\frac{1}{2}'$ und der Außenwinkel an dieser Spitze hat 180^0 weniger $88^0\ 23\frac{1}{2}'$, das ist $\mathbf{91^0\ 36\frac{1}{2}'}$.

9. In einem gleichschenkligen Dreiecke ist von der Spitze eine Senkrechte auf die Basis gezogen. Der durch diese Senkrechte und durch eine Seite des Dreiecks gebildete Winkel beträgt $37^0\ 25'\ 10''$ ($43^0\ 45''$). Wie groß ist jeder Winkel dieses Dreiecks?

Aufl.: Der Winkel an der Spitze hat 2 mal $37^0\ 25'\ 10''$ oder $\mathbf{74^0\ 50'\ 20''}$. Demnach haben die beiden Winkel an der Basis 180^0 weniger $74^0\ 50'\ 20''$. Das ist $105^0\ 9'\ 40''$. Jeder davon hat die Hälfte dieser Ausdehnung, also $\mathbf{52^0\ 34'\ 50''}$.

(2 mal $43^0\ 45'' = \mathbf{86^0\ 1'\ 30''}$. $180^0 - 86^0\ 1'\ 30'' = 93^0\ 58'\ 30''$. Die Hälfte hievon ist $\mathbf{46^0\ 59'\ 15''}$ als Größe jedes Winkels an der Basis).

10. Ein Dreieck von ungleichen Seiten hat $25\frac{1}{2}$ m ($21\frac{2}{3}$ m) Umfang. Die eine Seite ist das Doppelte der zweiten und diese das $2\frac{1}{2}$fache der dritten (die eine Seite hat $\frac{1}{3}$ mehr als die erste und die dritte das Doppelt der ersten). Wie groß ist jede Seite?

Aufl.: Die dritte als kleinste Seite hat 1 Teil, die zweite Seite hat $2\frac{1}{2}$ Teile und die dritte hat 5 Teile. Zusammen sind es $8\frac{1}{2}$ Teile. Diese sind gleich $25\frac{1}{2}$ m. Einer davon beträgt dann **3** m. So lang ist die dritte Seite. Die zweite Seite hat $2\frac{1}{2}$ mal 3 m oder $\mathbf{7\frac{1}{2}}$ m und die dritte hat 5 mal 3 m oder **15** m.

(1 Teil und $1\frac{1}{3}$ Teile und 2 Teile = $4\frac{1}{3}$ Teile. 1 Teil = $\frac{65}{13}$ oder **5** m, $1\frac{1}{3}$ Teile = $\mathbf{6\frac{2}{3}}$ m und 2 Teile = **10** m).

11. Von der Spitze eines gleichschenkligen, $20\frac{1}{4}$ m im Umfange haltenden Dreiecks, wovon jeder Winkel an der 5 m 25 cm langen Basis $47^0\ 48'$ beträgt, wird eine Senkrechte auf die Grundlinie gezogen. Wie groß ist der durch diese Senkrechte und eine Seite des Dreiecks gebildete Winkel und wie lang ist die Basis eines jeden durch das Perpendikel entstandenen neuen Dreiecks?

Aufl.: Die Winkel des Dreiecks haben zusammen 180^0; die zwei Winkel an der Basis haben miteinander 2 mal $47^0\ 48' = 95^0\ 36'$. Der Winkel an der Spitze hat daher 180^0 weniger $95^0\ 36'$ oder $84^0\ 24'$. Die Hälfte dieses Winkels, welcher durch die gezogene Senkrechte und eine Seite des Dreiecks gebildet wird, beträgt daher $\mathbf{42^0\ 12'}$. — Die Basis eines jeden neuen Dreiecks hat die Hälfte von 5 m 25 cm, also **2 m $\mathbf{62\frac{1}{2}}$** cm.

12*. Bei einem gleichschenkligen Dreiecke, dessen Basis sich zu jeder der beiden übrigen Seiten wie 5 zu 8 (8 zu 13, 13 zu 21) annäherungsweise verhält, beträgt die Grundlinie $12\frac{1}{2}$ (18, $45\frac{1}{2}$) cm. Wie lang ist jede der beiden Seiten?

Aufl.: Beträgt die Grundlinie $12\frac{1}{2}$ cm bei einem Verhältnisse von 5 : 8 gegenüber den Seiten, dann hat eine jede Seite $\frac{8}{5}$ mal $12\frac{1}{2}$ cm oder 8 mal $2\frac{1}{2}$ cm, also **20** cm.

(Ist die Basis 18 cm lang und das Verhältnis von Basis zur Seite 8 : 13, so ist die Länge einer jeden der übrigen zwei Seiten $\frac{13}{8}$ mal 18 cm oder 13 mal $2\frac{1}{4}$ cm, demnach **$29\frac{1}{4}$** cm).

(Beträgt die Basis $45\frac{1}{2}$ cm bei einem Verhältnisse von Basis zur Seite wie 13 : 21, dann hat eine Seite die Länge von $\frac{21}{13}$ mal $45\frac{1}{2}$ cm oder 21 mal $3\frac{1}{2}$ cm $=$ **$73\frac{1}{2}$** cm).

13*. Die Summe zweier gleicher Seiten eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 17 dm. Jede Seite steht zur Grundlinie im Verhältnisse von 34 zu 21. Wie groß ist die Basis?

Aufl.: Haben die beiden Seiten 17 dm, so hat eine Seite hievon die Hälfte, also $\frac{17}{2}$ dm. Da das Verhältnis der Seiten zur Basis wie 34 : 21 ist, so hat letztere $\frac{21}{34}$ mal $\frac{17}{2}$ dm oder $\frac{21}{4}$ dm $=$ **$5\frac{1}{4}$** dm.

14*. Bei einem gleichschenkligen Dreiecke mit $32\frac{1}{2}$ cm ($110\frac{1}{4}$ cm) Basis verhält sich diese zur Seitenlänge wie 13 zu 21 (wie 21 zu 34). Welches ist der Umfang dieses Dreiecks?

Aufl.: Hat die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks $32\frac{1}{2}$ cm bei einem Verhältnisse von 13 zu 21 gegenüber den Seiten, so hat jede Seite $\frac{21}{13}$ mal $32\frac{1}{2}$ cm oder 21 mal $2\frac{1}{2}$ $=$ $52\frac{1}{2}$ cm. 2 mal $52\frac{1}{2}$ cm und $32\frac{1}{2}$ cm sind **$137\frac{1}{2}$** cm. Das ist der Umfang des Dreiecks.

(Verhält sich die Basis zur Seitenlänge wie 21 : 34 und ist die Grundlinie $110\frac{1}{4}$ cm lang, dann hat eine Seite $\frac{34}{21}$ mal $110\frac{1}{4}$ cm oder 34 mal $5\frac{1}{4}$ cm. Das ist 170 und $\frac{17}{2}$ oder $178\frac{1}{2}$ cm. 2 mal $178\frac{1}{2}$ $=$ 357 cm. Hiezu $110\frac{1}{4}$ cm addiert kommt **$467\frac{1}{4}$** cm als Umfang des Dreiecks).

C. Das Viereck.

1. Bei einem Vierecke verhalten sich die Winkel zu einander wie 2 zu 3 zu 4 zu 6 (wie 1 zu $2\frac{1}{3}$ zu 2 zu $3\frac{2}{3}$). Wie groß ist jeder?

Aufl.: 2 und 3 und 4 und 6 Teile sind 15 Teile. Diese betragen 4 R oder 360°. 1 Teil hat demnach 24°. Der erste Winkel hat also 2 mal 24° oder **48°**, der zweite hat 3 mal 24° oder **72°**, der dritte hat 4 mal 24° oder **96°** und der vierte Winkel hat 6 mal 24° oder **144°**.

($1 + 2\frac{1}{3} + 2 + 3\frac{2}{3} = 9$. 9 Teile $=$ 360°. Der erste Winkel hat 1 Teil oder **40°**, der zweite hat $2\frac{1}{3}$ Teile oder

$2\frac{1}{3}$ mal 40° = **93⅓°**, der dritte hat 2 Teile oder **80°** und der vierte Winkel hat $3\frac{2}{3}$ mal 40° oder **146⅔°**.

2. Der eine Winkel eines Vierecks hat 96°, der zweite hat 72° 30′, der dritte 120° 15′. Wie groß ist der vierte Winkel?

Aufl.: 96° und 72° 30′ sind 168° 30′. Dazu 120° 15′ addiert, kommt 288° 45′. Der vierte Winkel hat demnach 360° weniger 288° 45′ oder **71° 15′**.

3. In einem Vierecke hat der erste und zweite Winkel 140° 20′, der erste und dritte 145°; der vierte Winkel hat 108°, während der erste hievon $\frac{2}{3}$ hat. Wie groß ist jeder Winkel?

Aufl.: Der vierte Winkel hat 108° und der erste hat hievon $\frac{2}{3}$, also **72°**, der erste und zweite haben zusammen 140° 20′, demnach hat der zweite Winkel 140° 20′ weniger 72° oder **68° 20′**. Der dritte ist um 145° weniger 140° 20′, also um 4° 40′ größer als der zweite, folglich hat er 68° 20′ und 4° 40′ oder **73°**.

4. In einem Vierecke ist ein Winkel so groß (halb so groß) wie die beiden nächsten, der zweite hat das Doppelte vom dritten und der vierte das $1\frac{1}{3}$fache vom ersten (das dreifache vom dritten). Wie groß ist jeder Winkel des Vierecks?

Aufl.: Der dritte Winkel als der kleinste hat 1 bestimmten Teil, der zweite hat 2 solcher Teile, der erste hat deren 3 und der vierte hat 4 Teile. 10 Teile betragen miteinander 4 R oder 360°. Also hat 1 Teil oder der dritte Winkel **36°**. Der zweite Winkel hat 2 Teile oder **72°**, der erste hat 3 Teile oder **108°** und der vierte Winkel hat 4 mal 36° oder **144°**.

(Der dritte Winkel = 1 Teil, der zweite = 2 Teile, der erste = $\frac{3}{2}$ Teile und der vierte = 3 Teile, also zusammen $7\frac{1}{2}$ oder $\frac{15}{2}$ Teile. $\frac{1}{2}$ Teil beträgt $\frac{360}{15}$ = 24°. 1 Teil oder der dritte Winkel hat dann **48°**, der zweite hat 2 mal 48° oder **96°**, der erste Winkel beträgt $\frac{3}{2}$ mal 48° oder **72°** und der vierte beträgt 3 mal 48° oder **144°**.)

5. Die Summe zweier angrenzender Seiten eines Vierecks beträgt $24\frac{1}{2}$ (37, 40) m, ihre Differenz beträgt $3\frac{1}{3}$ (5, 50) m. Wie lang und breit ist dieses Viereck?

Aufl.: Zwei Seiten (a+b) haben $24\frac{1}{2}$ m, ihre Differenz (a—b) beträgt $3\frac{1}{3}$ m, also beträgt das Doppelte der Längsseite (2 a) $24\frac{1}{2}$ m und $3\frac{1}{3}$ m = $27\frac{5}{6}$ m. Die einfache Längsseite beträgt davon die Hälfte, demnach $\mathbf{13\frac{11}{12}}$ m. Zieht man hievon $3\frac{1}{3}$ m ab, so hat man $\mathbf{10\frac{7}{12}}$ m als Breitseite.

(Die doppelte Längsseite hat 37,40 m und 5,50 m, also 42,90 m. Die einfache Länge beträgt davon die Hälfte, also **21,45** m. Hievon 5,50 m abgezogen, bleiben **15,95** m als Breite.)

6. Die Summe der Parallelseiten eines Trapezes beträgt $36\frac{1}{2}$ m, ihre Differenz $5\frac{1}{4}$ m. Wie lang sind diese beiden Seiten?

Aufl.: Die Summe der beiden ist $36\frac{1}{2}$ m, ihre Differenz ist $5\frac{1}{4}$ m. Demnach ist das doppelte der längeren Seite gleich $36\frac{1}{2}$ m und $5\frac{1}{4}$ m oder $41\frac{3}{4}$ m. Die einfache Längsseite beträgt also **$20\frac{7}{8}$** m. Davon $5\frac{1}{4}$ m abgezogen bleiben **$15\frac{5}{8}$** m für die kürzere Seite.

7. Die Seiten eines Vierecks verhalten sich zu einander wie 2 zu 3 zu 5 zu $6\frac{1}{2}$. Der Umfang desselben beträgt 231 m. Wie lang ist jede Seite?

Aufl.: 2 Teile und 3 Teile und 5 Teile und $6\frac{1}{2}$ Teile sind zusammen $16\frac{1}{2}$ Teile oder $\frac{33}{2}$ Teile. Ein halber Teil beträgt dann $\frac{1}{33}$ von 231 m oder 7 m und der ganze Teil hat dann 14 m. Die erste Seite hat demnach 2 mal 14 m oder **28** m, die zweite hat 3 mal 14 m oder **42** m, die dritte Seite hat 5 mal 14 m oder **70** m und die vierte Seite hat $6\frac{1}{2}$ mal 14 m oder **91** m.

8. Bei einem Trapeze betragen die Grundlinien $19\frac{1}{2}$ m und $27\frac{3}{4}$ m (32 m 70 cm und 54 m 15 cm). Wie groß ist die Mittenlinie desselben?

Aufl.: Die Mittenlinie eines Trapezes ist gleich der halben Summe der Grundlinien: $19\frac{1}{2}$ m und $27\frac{3}{4}$ m $= 47\frac{1}{4}$ m. Die Hälfte hievon beträgt **$23\frac{5}{8}$** m. So groß ist die Mittenlinie.

(32 m 70 cm und 54 m 15 cm = 86 m 85 cm. Davon die Hälfte = **43** m **425** mm als Mittenlinie.)

9. Von zwei unregelmäßigen ähnlichen Vierecken haben zwei homologe Seiten $5\frac{1}{2}$ cm und 7 cm Länge. Der Umfang des größeren beträgt $38\frac{1}{2}$ cm. Welchen Umfang hat das kleinere Viereck?

Aufl.: Die homologen Seiten ähnlicher Figuren verhalten sich zu einander wie ihre Umfänge. Demnach verhält sich $5\frac{1}{2}$ zu 7 wie der Umfang des kleinen Vierecks zu $38\frac{1}{2}$ cm. Der 7 fache Umfang des kleineren Vierecks beträgt daher $5\frac{1}{2}$ mal $38\frac{1}{2}$ oder $\frac{11}{2}$ mal $\frac{77}{2} = \frac{847}{4}$ oder $211\frac{3}{4}$. Der 7. Teil davon ist $30\frac{1}{4}$. Folglich hat das kleinere Viereck einen Umfang von **$30\frac{1}{4}$** cm.

10. Zwei ähnliche unregelmäßige Vierecke haben 40 cm und 25 cm Umfang. Eine Seite des kleineren Vierecks hat $6\frac{1}{2}$ cm. Welche Länge hat die homologe Seite des anderen?

Aufl.: Bei ähnlichen Figuren verhalten sich die Umfänge wie ähnlich liegende Seiten. Folglich verhält sich 25 zu 40 oder 5 zu 8 wie $6\frac{1}{2}$ cm zur Länge der homologen Seite des größeren Vierecks. Das 5 fache der Seitenlänge beträgt dann 8 mal $6\frac{1}{2}$ cm oder 52 cm. Die einfache Seite hat den 5. Teil von 52 cm, also **$10\frac{2}{5}$** cm.

11. Eine Seite eines unregelmäßigen Vierecks hat 5 cm. Die homologe Seite eines ähnlichen Vierecks hat 7 cm. Wenn der In-

halt des kleineren Vierecks 50 qcm beträgt, wie groß ist dann der Flächeninhalt des anderen?

Aufl.: Bei ähnlichen Figuren verhalten sich die Quadrate zweier homologer Seiten zu einander wie ihre Inhalte. Demnach verhält sich hier das Quadrat von 5 zu dem von 7 wie 50 qcm zu dem Inhalte des größeren Vierecks, oder 25 verhält sich zu 49 wie 50 qcm zu dem zu suchenden Inhalte. Folglich ist das 25fache des Inhalts des zweiten Quadrats gleich 49 mal 50 qcm oder der einfache Inhalt ist gleich 49 mal 2 oder **98** qcm.

12. Der Inhalt eines unregelmäßigen Vierecks beträgt 80 qcm, der eines ähnlichen Vierecks 45 qcm. Wenn nun eine Seite des kleineren Vierecks 3 cm Länge hat, wie groß ist dann die ähnlich liegende Seite des zweiten Vierecks?

Aufl.: Die Inhalte ähnlicher Figuren verhalten sich zu einander wie die Quadrate zweier homologer Seiten. Folglich verhält sich hier 45 zu 80 wie 3 im Quadrate zu dem Quadrate der ähnlich liegenden Seite des größeren Vierecks. 3 quadriert gibt 9. Demnach beträgt das 45 fache Quadrat jener Seite 9 mal 80 cm. Das einfache Quadrat ist dann $\frac{9}{45}$ mal 80 oder $\frac{80}{5} = 16$ cm. Die Quadratwurzel aus 16 ist 4. Daher hat die homologe Seite des zweiten Vierecks **4** cm.

13. Welchen Umfang hat ein Wiesenplatz in Form eines Quadrats von je 6 m 7 dm 5 cm (8 m $2\frac{1}{2}$ dm, $11\frac{1}{2}$ m, 17 m 9 dm) Seitenlänge?

Aufl.: Hat jede Seite dieses quadratischen Wiesenplatzes 6 m 7 dm 5 cm Länge, dann beträgt der Umfang das 4 fache hievon. Das ist 4 mal $6\frac{3}{4}$ m oder **27** m.

(Der Umfang ist bei 8 m $2\frac{1}{2}$ dm gleich 4 mal $8\frac{1}{4}$ m oder **33** m.

Bei $11\frac{1}{2}$ m Seitenlänge ist der Umfang gleich 4 mal $11\frac{1}{2}$ m = **46** m.

Hat die Seite 17 m 9 dm, dann beträgt der Umfang des Quadrats 4 mal 17 m 9 dm = **71** m **6** dm.)

14*. Die Umfänge zweier Quadrate verhalten sich zu einander wie 5 zu 8. Wenn der Umfang des kleineren Quadrats 65 m ($42\frac{1}{2}$ m, 36 m 9 dm) beträgt, wie groß ist dann die Seite eines jeden?

Aufl.: Beträgt der Umfang des kleineren Quadrats 65 m, dann ist der Umfang des größeren Quadrats bei dem gegebenen Verhältnisse $\frac{8}{5}$ mal 65 m = 8 mal 13 m oder 104 m. Die Seite des kleineren Quadrats hat dann $\frac{65}{4}$ m oder **16$\frac{1}{4}$** m und die Seite des größeren hat $\frac{104}{4}$ m oder **26** m.

(Der Umfang des einen Quadrats ist $42\frac{1}{2}$ m, der des anderen ist dann $\frac{8}{5}$ mal $42\frac{1}{2}$ m. $\frac{1}{5}$ von $42\frac{1}{2}$ ist $8\frac{1}{2}$ m und das 8fache

davon ist 68 m. Die Seite des kleineren Quadrats hat dann **10**$\frac{5}{8}$ und die des größeren **17** m.

Bei 36 m 9 dm Umfang des kleineren Quadrats hat das größere einen solchen von $\frac{8}{5}$ mal 36 m 9 dm. $\frac{1}{5}$ davon ist $7\frac{19}{50}$ m (7, 38 m) und das 8fache ist $59\frac{1}{25}$ m oder 59 m 4 cm. Eine Seite des kleineren Quadrats hat $\frac{1}{4}$ von 36 m 9 dm = **9** m **2**$\frac{1}{4}$ dm und eine Seite des größeren Quadrats hat den vierten Teil von 59 m 4 cm = **14** m **7** dm **6** cm).

15. Wenn der Inhalt eines Quadrats $20\frac{1}{4}$ qm (12 qm 25 qdm; $6\frac{1}{4}$ qm; 576 qdm; 2304 qdm) beträgt, wie groß ist dann die Seite desselben?

Aufl.: $20\frac{1}{4}$ qm sind 2025 qdm ($\frac{81}{4}$ qm). Ist das der Inhalt eines Quadrats, so ist eine Seite desselben gleich der Quadratwurzel aus 2025 ($\frac{81}{4}$). Das ist 45 ($\frac{9}{2}$). Eine Seite hat also **45** dm ($\frac{9}{2}$) oder **4**$\frac{1}{2}$ m.

(12 qm 25 qdm sind 1225 qdm. $\sqrt{1225} = 35$. Eine Seite hat also 35 dm oder **3**$\frac{1}{2}$ m.

$6\frac{1}{4}$ qm = 625 qdm. $\sqrt{625} = 25$. Folglich hat eine Seite 25 dm oder **2**$\frac{1}{2}$ m.

576 qdm ist der Inhalt eines Quadrats. Eine Seite ist dann = $\sqrt{576}$ oder **24** dm.

$\sqrt{2304} = 48$. Die Seitenlänge des letzten Quadrats beträgt daher bei einem Inhalte von 2304 qdm **48** dm).

D. Das Vieleck.

1. Wie groß ist die Summe der inneren Winkel eines Dreiecks, Vierecks, Fünf-, Sechs-, Sieben- und Achtecks?

Aufl.: In jedem Vieleck ist die Summe aller inneren Winkel so oftmal 2 R als Seiten vorhanden sind minus 4 R.

Das	Dreieck	hat also	3	mal 2 R	weniger	4 R =	2 R,
„	Viereck	„ „	4	„ „ „	„	„ „ =	4 R,
„	Fünfeck	„ „	5	„ „ „	„	„ „ =	6 R,
„	Sechseck	„ „	6	„ „ „	„	„ „ =	8 R,
„	Siebeneck	„ „	7	„ „ „	„	„ „ =	10 R,
„	Achteck	„ „	8	„ „ „	„	„ „ =	12 R,

2. Wie viele Grade beträgt die Summe der Außenwinkel und die der inneren Winkel eines Neunecks (Zehnecks, Elfecks, Zwölfecks)?

Aufl.: Die Summe der Außenwinkel eines Vielecks ist immer 4 R und die der inneren Winkel eines Neunecks ist 9 mal 2 R minus 4 R und das ist 14 R. Die Außen- und Innenwinkel eines Neunecks betragen daher 4 R und 14 R = 18 R. Diese haben 18 mal 90° oder **1620°**.

Beim Zehneck ergeben sich 4 R + 16 R = 20 R = **1800°**.
„ Elfeck „ „ 4 R + 18 R = 22 R = **1980°**.
„ Zwölfeck „ „ 4 R + 20 R = 24 R = **2160°**.

3. Wie heißt das Vieleck, bei welchem die Summe der inneren Winkel zusammen 32 R (46 R; 58 R; 70 R) beträgt?

Aufl.: Die Summe der Innenwinkel eines Vielecks beträgt so oftmal 2 R als Seiten vorhanden sind minus 4 R. Beträgt daher nach Abzug von 4 R die Winkelsumme eines Vielecks noch 32 R, dann hat das Vieleck $\frac{32 + 4}{2} = 18$ Seiten und heißt demnach **Achtzehneck**.

$$\frac{46 + 4}{2} = 25, \quad \frac{58 + 4}{2} = 31, \quad \frac{70 + 4}{2} = 37.$$

Die drei weiteren Vielecke sind also das **Fünfundzwanzigeck**, das **Einunddreißigeck** und das **Siebenunddreißigeck**.

4. Wie viele Grade hat jeder Winkel im regulären Sechseck (Achteck, Zehneck, Zwölfeck)?

Aufl.: Beim Sechseck beträgt die Summe aller Winkel 6 mal 2 R minus 4 R = 8 R. Ein Winkel hat dann $\frac{8}{6}$ oder $\frac{4}{3}$ R. Das sind $\frac{360}{3}$ ° = **120°**. ($\frac{4}{3}$ mal 90° = 120°).

(Beim Achteck ist die Summe der Winkel 8 mal 2 R — 4 R = 12 R oder 1080°. Ein Winkel hat davon den achten Teil oder [$\frac{12}{8}$ mal 90° = $\frac{3}{2}$. 90° =] **135°**.

Beim Zehneck beträgt die Winkelsumme 10 mal 2 R — 4 R = 16 R oder 1440°. Ein Winkel hat davon den 10. Teil oder [$\frac{16}{10}$. 90° = $\frac{8}{5}$. 90° =] **144°**.

Die Winkelsumme beim Zwölfeck beträgt 12 mal 2 R — 4 R = 20 R oder 1800°. Ein Winkel hat hievon den 12. Teil oder [$\frac{20}{12}$. 90° = $\frac{5}{3}$. 90° =] **150°**).

5. In welchem regelmäßigen Vieleck hat jeder Winkel 108° (140°; 150°)?

Aufl.: 108° sind 90° und 18° oder $\frac{6}{5}$ R. Hat jeder Winkel $\frac{6}{5}$ R, dann hat das ganze Vieleck fünfmal soviel Rechte, denn der Nenner 5 deutet hier an, daß die Gesamtsumme aller Winkel durch 5 geteilt wurde, um die Größe eines Winkels zu erhalten. Ein Fünfeck hat auch in der That 5 mal 2 R — 4 R = 6 R, wovon jeder Winkel $\frac{6}{5}$ R hat. Also ist das betreffende Vieleck ein **Fünfeck**.

(140° = 90° + 50° oder $\frac{14}{9}$ R. Das betreffende Vieleck ist ein **Neuneck**. [Das Neuneck hat 9 mal 2 R — 4 R = 14 R].

150° = 90° + 60° oder $\frac{5}{3}$ R = $\frac{10}{6}$ R = $\frac{20}{12}$ R. Das Vieleck ist ein **Zwölfeck**. [12 . 2 R — 4 R = 20 R, kann also weder ein Dreieck noch ein Sechseck sein]).

6. Der Umfang eines unregelmäßigen Fünfecks (Sechsecks) beträgt 60 m. Wie lang sind die einzelnen Seiten, wenn sie sich zu einander wie 1 zu $1\frac{1}{2}$ zu 2 zu $2\frac{1}{2}$ zu 3 (wie 2 zu $2\frac{1}{2}$ zu $3\frac{1}{2}$ zu 4 zu 5 zu 7) verhalten?

Aufl.: $1 + 1\frac{1}{2} + 2 + 2\frac{1}{2} + 3 = 10$. 10 Teile sind 60 m. 1 Teil beträgt dann **6** m. So lang ist die erste Seite. Die zweite hat $1\frac{1}{2}$ mal soviel, also **9** m; die dritte hat 2 mal 6 m, also **12** m; die vierte hat $2\frac{1}{2}$ mal 6 m oder **15** m und die fünfte hat 3 mal 6 oder **18** m.

($2 + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 4 + 5 + 7 = 24$. 60 m sind gleich 24 Teilen. 1 Teil ist dann $2\frac{1}{2}$ m. Die erste Seite des Sechsecks hat 2 mal $2\frac{1}{2}$ m = **5** m, die zweite hat $2\frac{1}{2}$ mal $2\frac{1}{2}$ m = **$6\frac{1}{4}$** m, die dritte hat $3\frac{1}{2}$ mal $2\frac{1}{2}$ m oder $\frac{7}{2}$ mal $\frac{5}{2}$ m = **$8\frac{3}{4}$** m, die vierte Seite hat 4 mal $2\frac{1}{2}$ m = **10** m, die fünfte hat 5 mal $2\frac{1}{2}$ m = **$12\frac{1}{2}$** m und die sechste Seite hat 7 mal $2\frac{1}{2}$ m oder **$17\frac{1}{2}$** m).

7*. Bei einem regulären Fünfeck mit $4\frac{1}{4}$ (17) cm langen Seiten verhält sich eine jede Diagonale zu jeder Seite wie 55 zu 34. Welches ist die Länge aller ziehbaren Diagonalen?

Aufl.: Ist eine Seite $4\frac{1}{4}$ cm lang, dann ist bei dem gegebenen Verhältnisse von 55 zu 34 eine jede Diagonale $\frac{55}{34}$ mal $4\frac{1}{4}$ cm oder $\frac{55}{34}$ mal $\frac{17}{4}$ cm lang, das sind $\frac{55}{8}$ oder $6\frac{7}{8}$ cm. Wenn jede Diagonale $6\frac{7}{8}$ cm Länge hat, dann haben alle fünf ziehbaren Diagonalen 5 mal $6\frac{7}{8}$ cm oder **$34\frac{3}{8}$** cm.

(Ist jede Seite eines regelmäßigen Fünfecks 17 cm lang, dann hat jede Diagonale bei dem angegebenen Verhältnisse $\frac{55}{34}$ mal 17 cm oder $\frac{55}{2}$ cm = $27\frac{1}{2}$ cm. Alle Diagonalen haben dann 5 mal $27\frac{1}{2}$ cm = **$137\frac{1}{2}$** cm.)

8*. Der Umfang eines regulären Fünfecks beträgt $41\frac{1}{4}$ cm. Seine Seiten verhalten sich zu seinen Diagonalen wie 55 zu 89. Wie lang ist jede Diagonale?

Aufl.: Wenn der Umfang des regelmäßigen Fünfecks $41\frac{1}{4}$ cm beträgt, dann hat jede Seite den fünften Teil hievon, also $8\frac{1}{4}$ cm. Eine Diagonale hat bei dem gegebenen Verhältnisse von 55 zu 89 eine Länge von $\frac{89}{55}$ mal $8\frac{1}{4}$ cm oder $\frac{89}{55}$ mal $\frac{33}{4}$ cm = $\frac{89}{5}$ mal $\frac{3}{4}$ cm oder $\frac{267}{20}$ cm = **$13\frac{7}{20}$** cm.

9*. Zieht man bei einem regulären Fünfeck mit der Spitze nach oben eine Diagonale parallel zur Basis, so erhält man ein gleichschenkliges Dreieck von $99\frac{1}{2}$ cm Umfang. Wenn nun die Grundlinie dieses Dreiecks sich zu jeder Seite desselben wie 89 zu 55 verhält, wie groß ist dann der Umfang des Fünfecks?

Aufl.: Der Umfang des betreffenden Dreiecks beträgt $99\frac{1}{2}$ cm. Dieser Umfang wird gebildet von der Grundlinie und den beiden gleich großen Seiten. Jede dieser Seiten verhält sich

zur Grundlinie wie 55 zu 89. So oft also 2 mal 55 und 1 mal 89 = 199 in $99\frac{1}{2}$ enthalten ist, so oftmal 55 cm hat jede Seite. 199 ist in $99\frac{1}{2}$ oder in $\frac{199}{2}$ $\frac{1}{2}$ mal enthalten. Demnach hat jede Seite $\frac{1}{2}$ mal 55 cm oder $27\frac{1}{2}$ cm. Der Umfang des Fünfecks ist das Fünffache hievon, also **$137\frac{1}{2}$** cm.

10*. Den Radius eines Kreises teilt man im Verhältnisse von von 5 zu 8 (von 34 zu 55) in zwei Teile; dann beträgt der kleinere Teil oder Minor $2\frac{1}{2}$ ($4\frac{1}{4}$) cm. Wie groß ist der Umfang des in denselben Kreis einbeschriebenen Zehnecks? (Siehe Vorwort.)

Aufl.: Teilt man den Radius eines Kreises auf die angegebene Weise, dann ist der größere Teil oder Major die Seite des einbeschriebenen Zehnecks. Beträgt der Minor dazu $2\frac{1}{2}$ cm, dann ist der Major bei dem Verhältnisse von 5 zu 8 $\frac{8}{5}$ mal $\frac{5}{2}$ cm oder 4 cm. Der Umfang des Zehnecks beträgt dann das 10fache hievon, also **4** dm.

(Beträgt der Minor $4\frac{1}{4}$ oder $\frac{17}{4}$ cm, dann ist bei dem Verhältnisse von 34 zu 55 der dazu gehörige Major $\frac{55}{34}$ mal $\frac{17}{4}$ cm groß. Das ist $\frac{55}{8}$ oder $6\frac{7}{8}$ cm. Der Umfang des Zehnecks beträgt dann das 10fache hievon oder **$68\frac{3}{4}$** cm.)

11*. Der Umfang eines einbeschriebenen regulären Zehnecks beträgt 195 (525) mm. Wie groß ist der Minor des im Verhältnisse von 8 zu 13 (13 zu 21) geteilten Radius?

Aufl.: Beträgt der Umfang des Zehnecks 195 mm, dann hat jede Seite $19\frac{1}{2}$ mm. Ebensogroß ist der Major des nach dem goldenen Schnitte geteilten Radius. Ist dieser letztere im Verhältnisse von 8 zu 13 geteilt, so beträgt der Minor $\frac{8}{13}$ mal $\frac{39}{2}$ mm oder 4 mal 3 mm = **12** mm.

(Bei einem Umfange von 525 mm hat jede Seite des regulären Zehnecks $52\frac{1}{2}$ mm. Beträgt der Major des ungleich geteilten Halbmessers ebensoviel, dann hat der dazu gehörige Minor bei dem Verhältnisse von 13 zu 21 $\frac{13}{21}$ mal $\frac{105}{2}$ mm oder 13 mal $\frac{5}{2}$ mm = 13 mal $2\frac{1}{2}$ mm. Das ist **$32\frac{1}{2}$** mm.)

12. Der Umfang eines regulären Siebenecks beträgt $10\frac{1}{2}$ cm. Wie groß ist die Seite eines ähnlichen Siebenecks von $3\frac{1}{2}$ mal so großem Umfange?

Aufl.: Der Umfang des zweiten Siebenecks beträgt $3\frac{1}{2}$ mal $10\frac{1}{2}$ cm oder $\frac{7}{2}$ mal $\frac{21}{2} = \frac{147}{4}$ oder $36\frac{3}{4}$ cm. Eine Seite dieses regelmäßigen Siebenecks hat dann den 7. Teil von $\frac{147}{4}$ oder $\frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$ cm.

13*. Bei einem unregelmäßigen Vieleck verhalten sich drei angrenzende Seiten zu einander wie 8 zu 13 zu 21. Die mittlere Seite hat $19\frac{1}{2}$ mm. Welche Länge haben die anderen zwei Seiten und wie lang sind die homologen Seiten eines ähnlichen Vielecks, bei dem die erste kleinere Seite $3\frac{1}{3}$ mm hat?

Aufl.: Verhalten sich drei Seiten zu einander wie 8 zu 13 zu 21 und ist die mittlere Seite $19\frac{1}{2}$ mm lang, dann hat die kleinere Seite $\frac{8}{13}$ mal und die größere $\frac{21}{13}$ mal $19\frac{1}{2}$ mm. $\frac{8}{13}$ mal $19\frac{1}{2}$ mm sind $\frac{8}{13}$ mal $\frac{39}{2} = 4$ mal 3 oder **12** mm. $\frac{21}{13}$ mal $\frac{39}{2} = \frac{63}{2}$ oder **$31\frac{1}{2}$** mm.

Bei dem ähnlichen Vielecke findet das gleiche Verhältnis statt. Hat die erste kleinere Seite desselben $3\frac{1}{3}$ mm, dann hat die angrenzende zweite Seite $\frac{13}{8}$ mal $3\frac{1}{3}$ oder $\frac{13}{8}$ mal $\frac{10}{3} = \frac{13}{4}$ mal $\frac{5}{3}$ oder $\frac{65}{12} =$ **$5\frac{5}{12}$** mm. Die dritte Seite hat $\frac{21}{8}$ mal $\frac{10}{3} = \frac{7}{4}$ mal $5 = \frac{35}{4}$ oder **$8\frac{3}{4}$** mm.

14. Zwei homologe Seiten zweier ähnlicher unregelmäßiger Vielecke haben 5 cm und $7\frac{1}{2}$ cm. Der Umfang des größeren Vielecks beträgt 90 cm. Wie groß ist der Umfang des kleineren?

Aufl.: Die Umfänge ähnlicher Figuren verhalten sich zu einander wie zwei homologe Seiten. Folglich verhält sich $7\frac{1}{2}$ zu 5 wie 90 cm zu dem Umfange des kleineren Vielecks. $7\frac{1}{2}$ verhält sich aber zu 5 wie 3 zu 2. Sind 3 Teile 90 cm, dann sind deren 2 60 cm. Also ist der Umfang des kleineren Vielecks **60** cm.

15. Der Umfang eines unregelmäßigen Vielecks beträgt 70 cm, der eines ähnlichen Vielecks 84 cm. Wenn eine Seite des letzteren $7\frac{1}{2}$ cm beträgt, wie lang ist dann die homologe Seite des ersteren?

Aufl.: Die Umfänge ähnlicher Figuren verhalten sich zu einander wie ähnlich liegende Seiten. Demnach verhält sich 70 zu 84 wie die zu suchende Seite zu $7\frac{1}{2}$ cm. Das 84fache der Seite ist dann gleich $7\frac{1}{2}$ mal 70 cm. Das Einfache dieser Seite ist dann $\frac{70}{84}$ mal $7\frac{1}{2}$ cm $= \frac{10}{12}$ mal $\frac{15}{2} = \frac{5}{4}$ mal 5 oder **$6\frac{1}{4}$** cm.

(Oder: $70 : 84 = 5 : 6$. Folglich $\frac{5}{6} \cdot 7\frac{1}{2} = \frac{5}{6} \cdot \frac{15}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$ oder $6\frac{1}{4}$. Die Seite ist also **$6\frac{1}{4}$** cm lang.)

16. Bei einem unregelmäßigen Neunecke hat eine Seite 5 cm. Die homologe Seite eines ähnlichen Neunecks hat 8 cm. Der Inhalt des ersten Neunecks ist gleich 60 qcm; welches ist der Inhalt des zweiten?

Aufl.: Die Quadrate zweier homologer Seiten ähnlicher Figuren verhalten sich zu einander wie ihre Inhalte. Folglich verhält sich 5 im Quadrat zu 8 im Quadrat wie 60 qm zu dem Inhalte des zweiten Neunecks. 25 verhält sich also zu 64 wie 60 qcm zu dem zu suchenden Inhalt. Das 25fache des Inhalts ist daher gleich 64 mal 60 qcm. Der einfache Inhalt ist dann $\frac{60}{25}$ mal 64 oder $\frac{12}{5}$ mal $64 = 12$ mal $12\frac{4}{5}$ oder 144 und $9\frac{3}{5}$, also **$153\frac{3}{5}$** qcm.

17. Der Inhalt eines unregelmäßigen Zwölfecks ist gleich 40 qcm. Der eines ähnlichen Zwölfecks beträgt $62\frac{1}{2}$ qcm. Wenn nun eine

Seite des ersten Zwölfecks 4 cm hat, wie lang ist dann die ähnlich liegende Seite des letzten?

Aufl.: Bei ähnlichen Figuren verhalten sich die Inhalte zu einander wie die Quadrate zweier homologer Seiten. Es verhält sich hier also 40 zu $62\frac{1}{2}$ wie 4 im Quadrat zu dem Quadrate der ähnlich liegenden Seite. Das Quadrat von 4 ist 16. Also beträgt das 40fache Quadrat der zu suchenden Seite 16 mal $62\frac{1}{2}$ cm. Das einfache Quadrat ist dann $\frac{16}{40}$ mal $62\frac{1}{2}$ oder $\frac{2}{5}$ mal $\frac{125}{2} = \frac{125}{5}$ oder 25 cm. Die Wurzel aus 25 ist 5. Demnach hat die homologe Seite des zweiten Zwölfecks **5** cm.

E. Kreislinien.

Bemerkung: Der Umfang eines Kreises ist annähernd das $3\frac{1}{7}$ ($\frac{22}{7}$)fache des Durchmessers.

1. Ein kreisrunder Wasserbehälter hat $3\frac{1}{2}$ m (4 m 5 dm 5 cm; 4,9 m) Durchmesser. Wie groß ist sein Umfang?

Aufl.: $3\frac{1}{2}$ m Durchmesser sind 35 dm. Der Umfang ist $\frac{22}{7}$ mal soviel. $\frac{22}{7}$ mal 35 dm sind 22 mal 5 dm = 110 dm oder **11 m.**

Oder: $3\frac{1}{2}$ m = $\frac{7}{2}$ m. $\frac{22}{7}$ mal $\frac{7}{2}$ m = $\frac{22}{2}$ m = **11 m.** (4 m 55 cm sind 42 dm und $3\frac{1}{2}$ dm. $\frac{22}{7}$ mal 42 dm sind 22 mal 6 dm oder 132 dm und $\frac{22}{7}$ mal $\frac{7}{2}$ dm sind 11 dm. 132 dm und 11 dm sind **143** dm oder **14** m **3** dm als Umfang des Behälters.

4,9 m sind 49 dm. $\frac{22}{7}$ mal 49 dm = 22 mal 7 dm oder **154** m = **15** m **4** dm.)

2. Ein Rundell in einem Garten hat als Radius oder Halbmesser $1\frac{1}{4}$ m. Der äußerste Umfang desselben soll mit Pflanzen in einer Entfernung von 11 cm besetzt werden. Wie viele Stücke sind hiezu erforderlich?

Aufl.: Ist der Radius $1\frac{1}{4}$ m oder $\frac{5}{4}$ m, so beträgt der Durchmesser $\frac{5}{2}$ m. Der Umfang beträgt dann $\frac{22}{7}$ mal $\frac{5}{2}$ m = $\frac{11}{7}$ mal 5 m oder $\frac{55}{7}$ m. Da die Pflanzen 11 cm von einander entfernt sein sollen, so braucht man so oftmal eine Pflanze, als 11 cm in $\frac{5500}{7}$ cm enthalten sind. Das ist $\frac{500}{7}$ oder $71\frac{3}{7}$ mal enthalten. Demnach braucht man **71 Pflanzen.**

3. Bei einem Bicycle (sprich Beißickl') oder Velociped mit zwei Rädern verhält sich das kleine Rad mit 21 cm Radius zum großen Rade wie 1 zu $3\frac{1}{2}$. Wie viele Umläufe macht jedes Rad auf einer Wegstrecke von 924 m?

Aufl.: Der Radius des kleinen Rades beträgt 21 cm; der Durchmesser ist dann 42 cm. Ist das große Rad $3\frac{1}{2}$ mal so groß, so hat es $\frac{7}{2}$ mal 42 cm oder 7 mal 21 cm = 147 cm

Durchmesser. Der Umfang des großen Rades beträgt dann $\frac{22}{7}$ mal 147 cm = 22 mal 21 oder 462 cm. Die Wegstrecke beträgt 924 m. So oft 462 darin enthalten sind, so viele Umläufe macht das große Rad. Es ist 200 mal darin enthalten, folglich macht das große Rad **200 Umläufe**. Das kleine Rad dreht sich $3\frac{1}{2}$ mal so oft um, also macht es **700 Umläufe**.

4. Die Vorderräder einer Chaise machen 35 Umdrehungen, wenn die Hinterräder 26 (28) mal sich umdrehen. Wie hoch ist jedes Hinterrad, wenn der Durchmesser eines Vorderrades 6,5 dm (9 dm) beträgt?

Aufl.: Da sich auf der gleichen Wegstrecke ein Hinterrad 26 mal umdreht, wenn ein vorderes 35 Umdrehungen macht, so beträgt die Höhe des ersteren $\frac{35}{26}$ mal $6\frac{1}{2}$ dm oder $\frac{35}{26}$ mal $\frac{13}{2}$ dm = $\frac{35}{4}$ oder $8\frac{3}{4}$ dm. Demnach hat jedes Hinterrad **8 dm 75 mm** Höhe.

(Dreht sich ein Hinterrad 28 mal, während ein Vorderrad 35 mal sich umdreht, so ist die Höhe des größeren $\frac{35}{28}$ mal 9 dm oder $\frac{5}{4}$ mal 9 dm. Das ist $\frac{45}{4}$ dm oder **$11\frac{1}{4}$** dm).

5. Der Umfang eines Rades beträgt 418 cm (4 m 4 dm; 88 cm). Wie groß ist der Radius desselben?

Aufl.: Wenn der Umfang eines Rades 418 cm beträgt, so hat der Durchmesser desselben $\frac{7}{22}$ davon. $\frac{1}{22}$ von 418 cm sind 19 cm und $\frac{7}{22}$ sind 7 mal 19 cm oder 133 cm. Der Radius ist hievon die Hälfte, also **$66\frac{1}{2}$** cm.

(Der Umfang = 4 m 4 dm oder 44 dm. Der Durchmesser hat dann $\frac{7}{22}$ mal 44 = 7 mal 2 oder 14 dm. Der Radius beträgt demnach **7** dm.

Umfang = 88 cm. Durchmesser = $\frac{7}{22}$. 88 cm = 7 . 4 cm = 28 cm. Radius **14** cm.

6. Ein Zahnrad hat 7 dm Halbmesser. Wie viele Zähne enthält es, wenn dieselben von Mitte zu Mitte $5\frac{1}{2}$ cm entfernt sind?

Aufl.: Bei 7 dm Halbmesser beträgt der Durchmesser des Rades 14 dm. Der Umfang ist dann $\frac{22}{7}$ mal 14 dm oder 44 dm. Da von Mitte zu Mitte der Zähne $5\frac{1}{2}$ cm Entfernung ist, so sind es soviele Zähne, so oft $\frac{11}{2}$ cm in 440 cm enthalten sind. 11 cm sind darin 40 mal und $\frac{11}{2}$ cm sind in 440 cm 80 mal enthalten. Demnach hat das Rad **80 Zähne**.

7. Bei einem Kegelrade liegen auf dem Radkranze 64 Zähne. Die äußere Entfernung derselben von Mitte zu Mitte beträgt $4\frac{3}{4}$ cm. Welches ist der Radius des Rades?

Aufl.: Bei 64 Zähnen und $4\frac{3}{4}$ cm Entfernung derselben beträgt der Umfang des Rades 64 mal $4\frac{3}{4}$ = 256 cm und 16

mal 3 cm oder zusammen 304 cm. Der Durchmesser des Rades ist dann $\frac{7}{22}$ mal 304 cm = oder $\frac{7}{11}$ mal 152 cm. Das sind 7 mal $13\frac{9}{11}$ cm oder $96\frac{8}{11}$ cm. Der Radius beträgt davon die Hälfte, also **$48\frac{4}{11}$** cm.

8. Bei einer Taschenuhr macht die Unruhe 4 Schwingungen in der Sekunde. Das dazu gehörige Hemmungsrad mit 15 Zähnen wird durch ein Getriebe mit 6 Zähnen in Bewegung versetzt, welches durch ein $\frac{7}{8}$ cm im Durchmesser haltendes Sternrad mit 48 Zähnen umgedreht wird. Wie oft dreht sich letzteres in 1 Stunde um seine Achse und wie viele Meter beträgt der von einem Punkte der Peripherie in dieser Zeit zurückgelegte Weg?

Aufl.: Macht die Unruhe 4 Schwingungen in 1 Sekunde, so macht sie 60 mal 4 oder 240 Schwingungen in der Minute. Das Hemmungsrad hat 15 Zähne und dreht sich daher bei 30 Schwingungen der Unruhe einmal um seine Achse. Folglich macht es in der Minute $\frac{240}{30} = \frac{24}{3}$ oder 8 Umdrehungen. Ebenso oft dreht sich das dazu gehörige Getriebe mit 6 Zähnen. Da aber in dessen Zähne ein Sternrad mit 48 oder 8 mal 6 Zähnen eingreift, so dreht sich dieses bei 1 Umdrehung des Getriebes nur $\frac{1}{8}$ mal um oder es macht in 1 Minute 1 Umdrehung. Demnach macht es in 1 Stunde **60 Umläufe**.

Ist der Durchmesser dieses Rades $\frac{7}{8}$ cm, so ist sein Umfang $\frac{22}{7}$ mal $\frac{7}{8}$ cm. Das ist $\frac{22}{8}$ cm oder $2\frac{3}{4}$ cm. Ein Punkt des Umfangs dieses Rades macht demnach in einer Stunde einen Weg von 60 mal $2\frac{3}{4}$ cm. Das sind 120 und 45 oder 165 cm, also **1 m $6\frac{1}{2}$** dm.

9. Bei einer Taschenuhr hat das erste große Sternrad 60 Zähne und dreht sich in 24 Stunden viermal um seine Achse. Das dazu gehörige Getriebe hat 10 Zähne und das an der Achse desselben befindliche Bodenrad mit 54 Zähnen greift in ein Getriebe mit 9 Zähnen. Wie oft dreht sich in 12 Stunden das an der Achse des letzten Getriebes befindliche Mittelrad um?

Aufl.: Das erste Sternrad mit 60 Zähnen dreht sich in 24 Stunden 4 mal, also in 6 Stunden einmal um seine Achse. Das dazu gehörige Getriebe mit 10 Zähnen dreht sich in der gleichen Zeit 6 mal um, also in 1 Stunde einmal. Ebenso oft bewegt sich das an der gleichen Achse befindliche Bodenrad mit 54 Zähnen. In dessen Zähne greift ein Getriebe mit 9 Zähnen ein. Dieses dreht sich in 1 Stunde 6 mal um. So oft dreht sich auch das an der nämlichen Achse befestigte Mittelrad um. In 12 Stunden bewegt es sich daher 12 mal 6 mal, das ist **72** mal.

10. Von 2 beweglichen Rollen dreht sich die größere mit einem Halbmesser von $3\frac{1}{2}$ cm in einer gewissen Zeit 20 mal um. Welches ist der Radius der kleineren Rolle, wenn sich diese in derselben Zeit 3 mal so oft umdreht?

Aufl.: Bei einem Halbmesser von $3\frac{1}{2}$ cm beträgt der Durchmesser der größeren Rolle 7 cm. Dreht sich die kleinere Rolle 3 mal so oft um als die große, dann ist ihr Durchmesser nur $\frac{1}{3}$ von dem der größeren Rolle, also $\frac{1}{3}$ von 7 cm oder $\frac{7}{3}$ cm. Ihr Halbmesser beträgt davon die Hälfte, demnach $\frac{7}{6}$ cm = $1\frac{1}{6}$ cm.

11. Auf dem Durchmesser eines Kreises sind links und rechts je zwei Nebenwinkel mit dem gemeinsamen Scheitel im Zentrum gebildet, welche sich zu einander wie $1\frac{1}{2}$ zu $2\frac{1}{4}$ und wie $2\frac{1}{4}$ zu $3\frac{3}{4}$ verhalten. Wie groß sind die auf dem gleichen Kreisbogen errichteten Peripheriewinkel?

Aufl.: $1\frac{1}{2}$ verhält sich zu $2\frac{1}{4}$ wie $\frac{6}{4}$ zu $\frac{9}{4}$ oder wie 2 zu 3. Da die beiden ersten Neben- oder Zentriwinkel 180° betragen, so hat der eine davon 2 mal und der andere 3 mal den fünften Teil von 180°, also 2 mal und 3 mal 36°, demnach 72° und 108°.

Das Verhältnis von $2\frac{1}{4}$ zu $3\frac{3}{4}$ oder von $\frac{9}{4}$ zu $\frac{15}{4}$ ist das von 9 zu 15 oder von 3 zu 5. 3 Teile und 5 Teile sind 8 Teile. Also haben die beiden letzten Winkel 3 mal und 5 mal den achten Teil von 180°. Der achte Teil hievon ist $22\frac{1}{2}$°. Der eine Winkel hat demnach 3 mal $22\frac{1}{2}$° oder **$67\frac{1}{2}$°** und der andere hat 5 mal soviel oder **$112\frac{1}{2}$°**.

Die Peripheriewinkel sind ferner halb so groß als die auf demselben Bogen stehenden Zentriwinkel. Also haben dieselben die Hälfte von 72°, 108°, $67\frac{1}{2}$° und $112\frac{1}{2}$° oder sie betragen **36°**, **54°**, **$33\frac{3}{4}$°** und **$56\frac{1}{4}$°**.

12. In einem Kreis sind nebeneinander 5 Zentriwinkel so gezeichnet, daß immer zwei angrenzende einen Schenkel gemeinsam haben. Die Winkel verhalten sich zu einander wie 1 zu 2 zu 3 zu 4 zu 5. Wie groß sind die auf den gleichen Bögen zu errichtenden Peripheriewinkel?

Aufl.: Das Verhältnis der Größe der Winkel ist das von 1 : 2 : 3 : 4 : 5. Die 5 Winkel haben also 15 Teile und sind zusammen 360° groß. Demnach hat der erste Winkel den 15. Teil von 360° oder 24°. Da Peripheriewinkel auf demselben Bogen halb so groß sind als die entsprechenden Zentriwinkel, so hat nach dem gegebenen Verhältnisse der erste Peripheriewinkel **12°**, der zweite **24°**, der dritte **36°**, der vierte **48°** und der fünfte **60°**.

13. Die 5,6 cm lange und $2\frac{1}{2}$ mm dicke Spule eines Elektromagnets von $7\frac{1}{2}$ mm Halbmesser soll mit übersponnenem Kupferdrahte von 1 mm Durchmesser einmal umwickelt werden. Wie lange sind die dicht aneinander liegenden Drahtwindungen, wenn dieselben in Ebenen senkrecht zur Längsachse des Magnets gerechnet werden?

Aufl.: Der Halbmesser des Elektromagnets beträgt $7\frac{1}{2}$ mm und die Dicke der Spule $2\frac{1}{2}$ mm. Der gesamte Halbmesser beträgt daher 10 mm oder 1 cm. Der Durchmesser ist dann 2 cm. Demnach beträgt der Umfang der Spule $\frac{22}{7}$ mal 2 cm = $\frac{44}{7}$ cm oder $6\frac{2}{7}$ cm. Da die Spule 5,6 cm oder 56 mm lang ist und der Draht 1 mm Durchmesser hat, so gehen auf eine einmalige Umwicklung 56 Drahtwindungen von je $6\frac{2}{7}$ cm Umfang, was einer Drahtlänge von 56 mal $6\frac{2}{7}$ cm oder 336 cm und 16 cm oder 352 cm entspricht. Der aufgewickelte Draht hat also **3** m **5** dm **2** cm Länge.

14. Ein Tangentenwinkel hat einen Kreisbogen von $42\frac{1}{2}{}^0$ zwischen seinen Schenkeln. Wie groß ist dieser Winkel und wie groß ist der auf demselben Bogen stehende Zentri- und Peripheriewinkel?

Aufl.: Weil ein Tangentenwinkel halb so viele Grade als sein Bogen Bogengrade hat, so hat er in diesem Falle die Hälfte von $42\frac{1}{2}{}^0$ oder $\mathbf{21\frac{1}{4}{}^0}$. **Ebensogroß** ist auch der dazu gehörige Peripheriewinkel, während der auf dem gleichen Bogen stehende Zentriwinkel $\mathbf{42\frac{1}{2}{}^0}$ hat.

15. Ein Fäßchen mit 26 Liter Inhalt hat einen kreisförmigen Boden von $26\frac{1}{2}$ cm Durchmesser. Die dazu verwendeten Dauben sind 25 mm stark. Welches ist der äußere Umfang des Bodens samt Dauben?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser $26\frac{1}{2}$ cm und die Dicke der Dauben 25 mm, so ist der ganze Durchmesser $26\frac{1}{2}$ cm und 5 cm, also $31\frac{1}{2}$ cm. Der ganze Umfang beträgt dann $\frac{22}{7}$ mal $\frac{63}{2}$ cm oder 11 mal 9 cm oder **99** cm.

16. Der Sekundenzeiger einer Taschenuhr, welche alle 36 Stunden aufgezogen werden soll, hat von seinem Drehungspunkte an eine Länge von 7 mm. Wie groß ist der Weg, den seine Spitze beschreibt, bis die aufgezogene Uhr abgelaufen ist?

Aufl.: Der Halbmesser des Kreises, welchen der Zeiger beschreibt, beträgt 7 mm, also ist der Durchmesser 14 mm. Der Umfang beträgt dann $\frac{22}{7}$ mal 14 mm oder 22 mal 2 = 44 mm. In der Minute macht die Spitze des Sekundenzeigers diesen Weg von 44 mm, folglich in einer Stunde den Weg von 60 mal $4\frac{2}{5}$ cm. Das ist 240 und 24 cm oder 264 cm. In 36 Stunden beträgt der Weg dann die Strecke von 36 mal 2 m 6 dm 4 cm oder von 72 m und 21,6 m und 1,44 m = **95** m **4** cm.

17. Ein Zentriwinkel von 90° ist auf Papier in einen Kreis von 11 cm Umfang gezeichnet. Wenn man nun den Winkel samt dem dazu gehörigen Bogen ausschneidet, wie groß ist dann der Umfang des Ausschnittes?

Aufl.: Der Zentriwinkel steht auf einem Bogen, welcher einem Viertelskreise entspricht. Ist der ganze Kreisumfang 11 cm, so hat der Viertelsbogen $\frac{11}{4}$ oder $2\frac{3}{4}$ cm. Der Durchmesser des Kreises hat $\frac{7}{22}$ mal 11 cm = $\frac{7}{2}$ oder $\mathbf{3\frac{1}{2}}$ cm. Ebensogroß

sind die beiden Schenkel des Zentriwinkels zusammen, da dieselben den Halbmesser des Kreises darstellen. Der ganze Umfang des Ausschnittes beträgt daher $3\frac{1}{2}$ cm und $2\frac{3}{4}$ cm oder **$6\frac{1}{4}$** cm.

18. Bei einem Schöpfbrunnen mit einer Welle von 14 cm Radius ist eine Handkurbel angebracht, deren Speiche die $3\frac{1}{2}$ fache Länge jenes Halbmessers hat. Wenn nun die Oberfläche des Wassers $4\frac{2}{5}$ m von der Achse der Welle entfernt ist, welche Strecke legt ein äußerster Punkt der Kurbel zurück, bis das Seilende diese Höhe erreicht hat?

Aufl.: Ist der Halbmesser der Welle 14 cm, dann ist ihr Durchmesser 28 cm und ihr Umfang $\frac{22}{7}$ mal 28 cm = 22 mal 4 oder 88 cm. So oft dieser Umfang in der Wegstrecke von $4\frac{2}{5}$ m enthalten ist, so oft dreht sich die Welle um. 88 cm sind in 440 cm 5 mal enthalten. Dreht sich die Welle 5 mal um, dann dreht sich auch ein äußerster Punkt der Kurbel 5 mal im Kreise. Aber dieser Punkt macht einen $3\frac{1}{2}$ mal so großen Weg als ein Punkt des Umfanges der Welle. Dieser Umfang beträgt 88 cm; folglich legt ein äußerster Punkt der Speiche eine Strecke von $3\frac{1}{2}$ mal 88 cm zurück. Das ist 264 und 44 oder 308 cm = 3 m 8 cm. Bei 5 Umdrehungen macht das 5 mal 3 m 8 cm oder **15 m 4 dm**.

19. Ein oberschlägiges Wasserrad hat einen Durchmesser von $10\frac{1}{2}$ m. Ein äußerster Punkt seines Umfanges legt in einer Stunde einen Weg von 3 km 960 m zurück. Welche Zeit braucht dieses Rad zu einer Umdrehung?

Aufl.: Ist der Durchmesser $10\frac{1}{2}$ m, so beträgt der Umfang des Rades $\frac{22}{7}$ mal $\frac{21}{2}$ m = 11 mal 3 oder 33 m. Dieser Umfang ist in einer Strecke von 3 km 960 m oder in 3960 m 120 mal enthalten. In einer Stunde dreht sich also das Rad 120 mal um, folglich braucht es zu einer Umdrehung $\frac{1}{2}$ **Minute** oder **30 Sekunden**.

20. In einem Kreise sind zwei sich schneidende Sehnen gezogen. Wie groß ist ein durch sie gebildeter Winkel, wenn die zwischen den Sehnen befindlichen und gegenüber liegenden Bögen $67\frac{3}{4}^0$ und $59\frac{7}{8}^0$ betragen?

Aufl.: Der durch die zwei Sehnen gebildete Winkel hat halb so viele Winkelgrade als die beiden zwischen seinen Schenkeln befindlichen Bögen Bogengrade haben. Der eine Bogen hat $67\frac{3}{4}^0$ und der andere $59\frac{7}{8}^0$; beide haben zusammen $127\frac{5}{8}^0$. Die Hälfte davon beträgt **$63\frac{13}{16}^0$**. So groß ist demnach der durch die Sehnen gebildete Winkel.

21. Ein durch zwei Sehnen gebildeter Winkel hat $62\frac{1}{2}^0$. Der durch seine Schenkel gefaßte Bogen hat 60^0. Wie groß ist der durch die entgegengesetzten Schenkel gefaßte Bogen?

Aufl.: Der betreffende Winkel von $62\frac{1}{2}^0$ hat halb so viele Grade als die beiden Bögen, welche seine Schenkel einschließen. Die beiden Bögen haben demnach 2 mal $62\frac{1}{2}^0$ oder 125^0. Hat der eine Bogen hievon 60^0, so trifft es auf den anderen Bogen noch den Unterschied von 125^0 zu 60^0, also **65^0**. So groß ist der zweite Bogen.

22. Wie groß ist ein Winkel, welcher durch zwei Sekanten gebildet wird, wenn der erste Bogen, worauf er steht, $99\frac{1}{2}^0$ und der zweite Bogen, der durch die Linien geschnitten wird, $35\frac{1}{4}^0$ beträgt.

Aufl.: Ein Winkel, welcher durch zwei Sekanten gebildet wird, ist halb so groß als die Differenz der beiden Bogen, die er zwischen sich faßt. $99\frac{1}{2}^0$ weniger $35\frac{1}{4}^0$ ist $64\frac{1}{4}^0$. Die Hälfte dieser Differenz ist **$32\frac{1}{8}^0$**; so groß ist der betreffende Winkel.

23. In einem Sehnenviereck beträgt ein Winkel $95\frac{1}{2}^0$ und der angrenzende hat $107\frac{3}{4}^0$. Wie groß sind die diesen gegenüber liegenden Winkel?

Aufl.: In einem Sehnenviereck haben immer zwei gegenüber liegende Winkel zusammen 180^0. Beträgt demnach ein Winkel $95\frac{1}{2}^0$, so hat der ihm gegenüber liegende Winkel 180^0 weniger $95\frac{1}{2}^0$ oder **$84\frac{1}{2}^0$**. Ist der andere Winkel $107\frac{3}{4}^0$ groß, dann hat der diesem gegenüber befindliche Winkel 180^0 weniger $107\frac{3}{4}^0 =$ **$72\frac{1}{4}^0$**.

24*. In einen Kreis sind zwei sich schneidende Sehnen so gezogen, daß die gleich langen kleineren Abschnitte zu den gleich langen größeren Abschnitten sich wie 144 zu 233 verhalten. Wenn nun die kleineren Abschnitte einen Bogen von 18^0 einschließen, wie groß ist dann der Winkel und der Bogen, welcher von den größeren Abschnitten gebildet, resp. eingeschlossen wird?

Aufl.: Beträgt der eine Bogen 18^0, dann beträgt der andere bei dem gegebenen Verhältnisse $\frac{233}{144}$ mal 18^0 oder $\frac{233}{8}^0$. Das sind $29\frac{1}{8}^0$. Der Winkel, welchen die größeren Abschnitte bilden, hat als Sehnenwinkel die halbe Summe der beiden Bogen zu seinem Maße, welche die größeren und kleineren Abschnitte zwischen sich fassen. Also beträgt er die Hälfte von 18^0 und $29\frac{1}{8}^0$ oder die Hälfte von $47\frac{1}{8}^0$ und das ist **$23\frac{9}{16}^0$**.

25. In einen Kreis sind gleich weit vom Mittelpunkte zwei parallele Sehnen gezogen. Wenn nun diese einen Bogen von $25\frac{1}{2}^0$ ($18\frac{3}{4}^0$) zwischen sich fassen, wie groß ist dann die Hälfte eines jeden der übrigen zwei Bogen?

Aufl.: Durch diese Sehnen ist auf jeder Seite ein Bogen von $25\frac{1}{2}^0$ abgeschnitten, was auf jeder Seite des Halbkreises $12\frac{3}{4}^0$ ausmacht. Demnach bleibt bei jedem Halbkreise noch ein Bogenstück von 180^0 weniger 2 mal $12\frac{3}{4}^0$ oder 180^0 weniger $25\frac{1}{2}^0$ übrig. Das ist $154\frac{1}{2}^0$. Die Hälfte beträgt dann **$77\frac{1}{4}^0$**.

($180^0 - 18\frac{3}{4}^0 = 161\frac{1}{4}^0$. Die Hälfte davon ist **$80\frac{5}{8}^0$**).

26. Zu einem Wagenreif werden immer zwei Stangen Eisen verwendet. Wenn nun eine 12 kg schwere Stange für ein Vorderrad 11 dm und eine 16 kg schwere Stange für ein Hinterrad 16,5 dm lang ist, wie groß wird dann der äußere Durchmesser eines vorderen und hinteren Reifen und wie teuer kommt das Rohmaterial hiezu, wenn das Pfund mit 12 ₰ bezahlt wird?

Aufl.: Hat eine Stange für ein Vorderrad 11 dm Länge, dann haben die beiden zu einem Reifen erforderlichen Stangen 22 dm. Der äußere Durchmesser eines solchen Reifen hat dann $\frac{7}{22}$ mal 22 dm = **7** dm. Hat eine längere Stange 16,5 dm, dann haben deren zwei 33 dm. Der äußere Durchmesser eines Reifen für ein Hinterrad hat dann $\frac{7}{22}$ mal 33 dm = $\frac{7}{2}$ mal 3 oder **10½** dm.

Hat eine kürzere Stange 12 kg und eine längere 16 kg, dann haben die für die zwei verschiedenen großen Reifen erforderlichen Eisenstangen 24 und 32 oder zusammen 56 kg. Kostet das Pfund Eisen hiebei 12 ₰, dann kosten diese Stangen 112 mal 12 ₰ oder 12 ℳ und 1,44 ℳ = **13** ℳ **44** ₰.

27. Der Nabenring eines Wagenrades hat 8 cm Durchmesser. Wie viele solcher Ringe erhält man aus einem Stücke Bandeisen, wenn der ganze Bund solchen Eisens 14 Stücke in der Gesamtlänge von 35,2 m hat?

Aufl.: Ist der Durchmesser eines Nabenrings 8 cm, dann beträgt der Umfang desselben $\frac{22}{7}$ mal 8 cm = $\frac{176}{7}$ cm oder $25\frac{1}{7}$ cm. Hat ein Bund Stabeisen 14 Stücke in der Länge von zusammen 35,2 m, dann hat ein Stück den 14. Teil hievon oder $25\frac{1}{7}$ dm. Das ist gerade das 10fache des Umfangs eines Rings. Folglich kann man **10 solche Nabenringe** aus einem Stücke Bandeisen machen.

28. Bei einem Bahnhofe ist ein Rundell außen mit Rosenbäumchen bepflanzt und auch in die Mitte eines gesetzt. Im ganzen sind es 12 Stämmchen und von dem in der Mitte befindlichen sind alle übrigen 1½ m weit entfernt. Wie weit sind die äußeren Bäumchen von einander gepflanzt?

Aufl.: Stehen die äußeren Rosenbäumchen immer 1½ m vom mittleren entfernt, dann stehen sie in einem Umkreise, welcher 3 m Durchmesser hat. Der Umfang ist dann $\frac{22}{7}$ mal 3 m oder $\frac{66}{7}$ m. Wenn im ganzen 12 Bäumchen gepflanzt sind, dann stehen im Umkreise 11 Stämmchen. Diese sind auf einen Kreis von $\frac{66}{7}$ m Umfang verteilt. Demnach trifft es auf ein Stämmchen den 11. Teil von $\frac{66}{7}$ m und das ist $\frac{6}{7}$ m. So weit sind die äußeren Rosenstämmchen von einander entfernt.

29. Eine Ackerwalze hat einen Durchmesser von 3½ dm. Wenn dieselbe einmal über ein 45 m langes Grundstück hinweggerollt wird, wie oft dreht sie sich dabei um?

Aufl.: Hat die Walze einen Durchmesser von $3\frac{1}{2}$ dm, dann hat sie einen Umfang von $\frac{22}{7}$ mal $\frac{7}{2}$ dm = 11 dm. So oft 11 dm in der Länge des Grundstückes von 45 m enthalten sind, so oft muß sie sich umdrehen. 11 dm sind in 450 dm **$40\frac{10}{11}$** mal enthalten; also dreht sie sich fast **41** mal um.

30. Ein horizontal abgeschnittener Baumstamm hat vom Marke bis an den Rand $\frac{7}{8}$ m. Wie groß ist seine Peripherie?

Aufl.: Ist der Halbmesser $\frac{7}{8}$ m, dann ist der Durchmesser das Doppelte hievon, also $\frac{14}{8}$ m. Der Umfang des Baumstammes beträgt dann $\frac{22}{7}$ mal $\frac{14}{8}$ m oder 11 mal $\frac{2}{4}$ m = **$5\frac{1}{2}$** m.

31. Der Umfang einer runden Säule beträgt $2\frac{3}{4}$ m. Welche Dicke hat dieselbe?

Aufl.: Hat der Umfang $2\frac{3}{4}$ m oder $\frac{11}{4}$ m, dann ist der Durchmesser derselben gleich $\frac{7}{22}$ mal $\frac{11}{4}$ m oder $\frac{7}{2}$ mal $\frac{1}{4}$ m = $\frac{7}{8}$ m. Die Dicke der Säule beträgt demnach $\frac{7}{8}$ m.

32. An einem runden Tische hat ein Dutzend Personen Platz, wenn auf jede Person $\frac{3}{4}$ m ($\frac{7}{8}$ m) gerechnet werden. Welchen Durchmesser hat der Tisch?

Aufl.: Rechnet man auf eine Person $\frac{3}{4}$ m, dann braucht ein Dutzend Personen 12 mal $\frac{3}{4}$ m = 3 mal 3 m oder 9 m. Soviel beträgt der Umfang des Tisches. Der Durchmesser hat dann $\frac{7}{22}$ mal 9 m oder $\frac{63}{22}$ m = **$2\frac{19}{22}$** m.

(Braucht eine Person $\frac{7}{8}$ m, dann braucht ein Dutzend 12 mal $\frac{7}{8}$ m = 3 mal $\frac{7}{2}$ m oder $\frac{21}{2}$ m. Der Umfang des Tisches ist ebensoviel. Dann beträgt der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $\frac{21}{2}$ m oder $\frac{147}{44}$ m = **$3\frac{15}{44}$** m.)

33. Ein runder Turm hat ein Gemäuer von $1\frac{3}{4}$ m Dicke. Sein innerer Durchmesser beträgt $3\frac{1}{2}$ m. Wie groß ist der ganze Durchmesser und wie groß der Umfang des Turmes?

Aufl.: Bei einer Mauerdicke von $1\frac{3}{4}$ m beträgt der ganze Durchmesser 2 mal $1\frac{3}{4}$ m und $3\frac{1}{2}$ m oder $3\frac{1}{2}$ m und $3\frac{1}{2}$ m = **7** m. Der Umfang des Turmes hat dann $\frac{22}{7}$ mal 7 m oder **22** m.

34. Drei Männer können den Stamm einer Eiche nicht ganz umspannen, es bleiben noch 61 cm am Umfange übrig. Welches ist der Durchmesser dieser Eiche in Mannshöhe, wenn per Mann 1 m 85 cm Spannweite gerechnet wird?

Aufl.: Rechnet man für einen Mann 1 m 85 cm Spannweite, dann spannen 3 Männer 3 mal so weit, also 5 m 55 cm weit. Ist der Umfang der Eiche in Mannshöhe noch 61 cm größer, so beträgt er 5 m 55 cm und 61 cm oder 6 m 16 cm. Der Durchmesser der Eiche hat dann $\frac{7}{22}$ mal 616 cm oder $\frac{7}{2}$ mal 56 = 7 mal 28 cm oder **1** m **96** cm.

II. Teil.

Planimetrie.

A. Parallelogramme.

Bemerkung: Der Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms ist gleich dem Produkte aus Grundlinie oder Basis (b) und Höhe (h). In Zeichen: I = bh.

Durch eine Diagonale wird das Parallelogramm in zwei kongruente Dreiecke geteilt.

1. In ein Quadrat von $4\frac{1}{2}$ ($6\frac{1}{4}$, $9\frac{1}{2}$) cm Seitenlänge wird eine Diagonale gezogen. Wie groß ist jedes dadurch entstehende Dreieck?

Aufl.: Beträgt eine Seite des Quadrats $4\frac{1}{2}$ cm, so ist der Inhalt desselben $\frac{9}{2}$ mal $\frac{9}{2}$ oder $\frac{81}{4}$ qcm. Jedes der beiden durch die Diagonale entstehenden Dreiecke hat davon die Hälfte, also $\frac{81}{8}$ qcm oder **$10\frac{1}{8}$** qcm.

(Bei $6\frac{1}{4}$ cm oder $\frac{25}{4}$ cm Seitenlänge hat ein Quadrat $\frac{25}{4}$ mal $\frac{25}{4}$ cm oder $\frac{625}{16}$ qcm. Das sind $39\frac{1}{16}$ qcm. Ein darauf bezügliches Dreieck hat hievon die Hälfte, also **$19\frac{17}{32}$** qcm.

Bei $9\frac{1}{2}$ cm oder $\frac{19}{2}$ cm Seitenlänge hat ein Quadrat $\frac{19}{2}$ mal $\frac{19}{2}$ oder $\frac{361}{4}$ qcm. Das ist $90\frac{1}{4}$ qcm. Jedes Dreieck hat dann **$45\frac{1}{8}$** qcm).

2*. Die Seiten dreier Quadrate verhalten sich zu einander wie 8 zu 13 zu 21. Wenn nun die Seite des mittleren Quadrats $19\frac{1}{2}$ cm lang ist, wie groß ist dann der Inhalt eines jeden durch die Diagonalen dieser Quadrate entstehenden Dreiecks?

Aufl.: Beträgt die Seite des mittleren Quadrats $19\frac{1}{2}$ cm, dann ist bei dem gegebenen Verhältnisse die Seite des ersteren Quadrats $\frac{8}{13}$ mal und die des dritten $\frac{21}{13}$ mal so groß. $\frac{8}{13}$ mal $19\frac{1}{2}$ cm $= \frac{8}{13}$ mal $\frac{39}{2}$ cm $= 4$ mal 3 oder 12 cm. Ferner $\frac{21}{13}$ mal $\frac{39}{2}$ cm $= 21$ mal $\frac{3}{2}$ oder $\frac{63}{2}$ cm. Die Seiten der drei Quadrate haben also 12, $\frac{39}{2}$ und $\frac{63}{2}$ cm. Demnach beträgt ihr Inhalt 12 mal 12 oder 144 qcm, $\frac{39}{2}$ mal $\frac{39}{2}$ oder $\frac{1521}{4} = 380\frac{1}{4}$ qcm und $\frac{63}{2}$ mal $\frac{63}{2}$ oder $\frac{3969}{4} = 992\frac{1}{4}$ qcm. Jedes der entsprechenden Dreiecke hat davon die Hälfte; also hat das erste **72** qcm, das zweite **$190\frac{1}{8}$** qcm und das dritte **$496\frac{1}{8}$** qcm.

3. Drei ungleich große Quadrate werden durch Diagonalen in Dreiecke zerlegt. Wenn der Inhalt eines der kleinsten Dreiecke $112\frac{1}{2}$ qcm, der eines der mittleren $144\frac{1}{2}$ qcm und der eines großen

$312\frac{1}{2}$ qcm beträgt, wie groß ist dann die Seite eines jeden Quadrats?

Aufl.: Beträgt der Inhalt eines der kleinsten Dreiecke $112\frac{1}{2}$ qcm, dann hat das entsprechende Quadrat 2 mal $112\frac{1}{2}$ qcm oder 225 qcm. Eine Seite ist dann gleich der Quadratwurzel aus 225; also ist sie **15** cm lang. Bei einem Dreiecke von $144\frac{1}{2}$ qcm beträgt das entsprechende Quadrat 2 mal $144\frac{1}{2}$ oder 289 qcm. Eine Seite dieses Quadrats hat dann **17** cm **Länge**. Ist endlich der Inhalt eines Dreiecks $312\frac{1}{2}$ qcm, dann hat das entsprechende Quadrat 2 mal $312\frac{1}{2}$ oder 625 qcm. Eine Seite dieses Quadrats ist demnach **25** cm **lang**.

4*. Bei einem Rechtecke verhält sich die längere $38\frac{1}{8}$ dm haltende Seite zur kürzeren wie 610 zu 377. Wie groß ist der Umfang dieses Rechteckes?

Aufl.: Hat die längere Seite $38\frac{1}{8}$ dm, dann hat die kürzere bei dem gegebenen Verhältnisse $\frac{377}{610}$ mal $38\frac{1}{8}$ dm oder $\frac{377}{610}$ mal $\frac{305}{8}$ dm. Das sind $\frac{377}{16}$ oder $23\frac{9}{16}$ dm. Der Umfang dieses Rechteckes beträgt dann 2 mal $23\frac{9}{16}$ dm und 2 mal $38\frac{1}{8}$ dm oder $47\frac{1}{8}$ dm und $76\frac{1}{4}$ dm, also zusammen **$123\frac{3}{8}$** dm.

5. Der Inhalt eines Rechtecks beträgt $76\frac{1}{2}$ qm. Die Höhe desselben ist $4\frac{1}{2}$ m. Wie groß ist die Grundlinie dieses Rechtecks?

Aufl.: Teilt man mit der Höhe in den Inhalt, so erhält man die Grundlinie. Der $4\frac{1}{2}$. Teil von $76\frac{1}{2}$ oder der $\frac{9}{2}$. Teil von $\frac{153}{2}$ ist $\frac{2}{9}$ mal $\frac{153}{2}$ oder $\frac{153}{9}$. Das ist 17. Demnach beträgt die Basis dieses Rechtecks **17** m.

6. Bei dem Inhalte eines Rhomboids von $122\frac{1}{2}$ qm beträgt die Basis $17\frac{1}{2}$ m. Welches ist die Höhe dieses Rhomboids?

Aufl.: Beträgt die Basis $17\frac{1}{2}$ m und der Inhalt $122\frac{1}{2}$ qm, dann hat die Höhe des Rhomboids den $17\frac{1}{2}$. Teil davon oder den $\frac{35}{2}$. Teil von $\frac{245}{2}$. Der 35. Teil von $\frac{245}{2}$ beträgt $\frac{7}{2}$ und der $\frac{35}{2}$. Teil beträgt noch einmal so viel, also 7. Das Rhomboid hat demnach **7** m **Höhe**.

7. Ein Lehrsaal ist $15\frac{1}{2}$ m lang und 9 m 2 dm breit. Wie viele Ar hat seine Bodenfläche?

Aufl.: $15\frac{1}{2}$ m $= \frac{31}{2}$ m. 9 m 2 dm $= \frac{46}{5}$ m. Der Inhalt der Bodenfläche beträgt daher $\frac{31}{2}$ mal $\frac{46}{5}$ oder 31 mal $\frac{23}{5} = \frac{713}{5}$ oder $142\frac{3}{5}$ qm. Der Boden des Saales hat also **1 a 42,6** qm.

8. Ein Wohnzimmer hat 26 qm 88 qdm Bodenfläche; die Breite beträgt $4\frac{4}{5}$ m. Wie lang ist das Zimmer?

Aufl.: Der Boden hat 26 qm 88 qdm oder $26\frac{22}{25}$ qm. Die Breite beträgt $4\frac{4}{5}$ m oder $\frac{24}{5}$ m. 24 Ganze sind in $26\frac{22}{25}$ einmal und (in $\frac{72}{25}$) $\frac{3}{25}$ mal enthalten. 24 Fünftel sind darin 5 mal so oft enthalten, also 5 mal $1\frac{3}{25}$ oder $5\frac{15}{25} = 5\frac{3}{5}$ mal. Die Länge des Zimmers beträgt also **$5\frac{3}{5}$** m.

9. Ein Acker ist 107 m lang und $50\frac{1}{2}$ m breit. Wie viele Ar enthält er?

Aufl.: Bei einer Breite von 50 m hätte der Acker 50 mal 107 oder 5350 qm. Bei einer Breite von $50\frac{1}{2}$ m hat er aber $\frac{1}{2}$ mal 107 oder $53\frac{1}{2}$ qm mehr, also 5350 qm und $53\frac{1}{2}$ qm = $5403\frac{1}{2}$ qm. Der Acker hat demnach, da 1 a = 100 qm oder 1 qdkm, **54** a **$3\frac{1}{2}$** qm.

10. Ein Wäldchen von $1\frac{1}{2}$ ha hat eine Länge von 175 m. Welches ist die Breite desselben?

Aufl.: $1\frac{1}{2}$ ha oder 150 a sind 15000 qm. Beträgt die Länge 175 m, dann beträgt die Breite den 175. Teil von 15000 oder den 7. Teil von 600 m = **$85\frac{5}{7}$** m.

11. Der Cylinder einer Honigschleudermaschine ist aus verzinntem Eisenbleche gefertigt und hat 50 cm Höhe und $45\frac{1}{2}$ cm Durchmesser. Was kostet dieser Cylinder ohne Boden und Deckel, wenn das halbe qm Blech $2\frac{1}{2}$ ℳ kostet?

Aufl.: Der aufgeschnittene Cylinder stellt ein Rechteck dar von 50 cm Höhe und $\frac{22}{7}$ mal $45\frac{1}{2}$ cm oder $\frac{22}{7}$ mal $\frac{91}{2}$ = 11 mal 13 oder 143 cm Länge. 50 mal 143 oder 5 mal 1430 gibt 7150 qcm oder $71\frac{1}{2}$ qdm. Ein halbes qm oder 50 qdm kosten $2\frac{1}{2}$ ℳ oder 250 ₰. Bei $71\frac{1}{2}$ qdm bleibt noch ein Ueberschuß von $21\frac{1}{2}$ qdm. Diese kosten, da 1 qdm den 50. Teil von 250 ₰ oder 5 ₰ kostet, $21\frac{1}{2}$ mal 5 ₰ = $107\frac{1}{2}$ ₰ oder 1 ℳ $7\frac{1}{2}$ ₰. Das ganze Eisenblech kostet also $2\frac{1}{2}$ ℳ und 1 ℳ $7\frac{1}{2}$ ₰, also **3** ℳ **$57\frac{1}{2}$** ₰.

12. Ein Schuppen wird mit einem Pultdache aus Brettern und dieses mit Dachpappe gedeckt. Wie hoch kommt das Material zu dem 9 m langen und $3\frac{1}{2}$ m breiten Dache, wenn das qm Bretter 70 ₰ und das qm Dachpappe 60 ₰ kostet?

Aufl.: Bei 9 m Länge und $3\frac{1}{2}$ m Breite hat das Dach einen Flächeninhalt von 9 mal $3\frac{1}{2}$ oder $31\frac{1}{2}$ qm. Die Bretter hiezu kosten $31\frac{1}{2}$ mal 70 ₰ oder $31\frac{1}{2}$ mal 7 Zehner = $220\frac{1}{2}$ Zehnpfennigstücke oder 22 ℳ 5 ₰. Die erforderliche Dachpappe kostet $31\frac{1}{2}$ mal 6 Zehner = 189 Zehnpfennigstücke = 18 ℳ 90 ₰. Das ganze Dach kommt daher auf 22 ℳ 5 ₰ und 18 ℳ 90 ₰, also auf **40** ℳ **95** ₰ zu stehen.

13. Ein Tisch von 1 m 2 dm Länge und 75 cm Breite wird so mit Wachsleinwand belegt, daß dieselbe an den beiden Breitseiten noch um je 1 dm vorsteht. Wenn das ganze Stück Wachsleinwand 3 ℳ kostet, wie hoch kommt dann 1 qm?

Aufl.: Ist der Tisch 1 m 2 dm lang und 75 cm breit und steht an den Breitseiten die Leinwand je 1 dm vor, so hat das ganze Stück Wachsleinwand eine Länge von 1 m 4 dm

oder 14 dm und eine Breite von $7\frac{1}{2}$ dm. Das ganze Stück hat dann 14 mal $7\frac{1}{2}$ oder 105 qdm = 1 qm 5 qdm. Kosten 105 qdm 3 ℳ oder 300 ₰, so kosten 5 qdm den 21. Teil von 300 ₰ oder den 7. Teil von 100 ₰ = $14\frac{2}{7}$ ₰. 1 qm kostet demnach 20 mal $14\frac{2}{7}$ ₰ oder $285\frac{5}{7}$ ₰ = **2** ℳ **$85\frac{5}{7}$** ₰.

14. Ein Kleiderschrank von 1 m 9 dm Höhe, $9\frac{1}{2}$ dm Breite und 5 dm Tiefe soll aufpoliert werden. Wenn für das Quadratmeter 2 ℳ 70 ₰ bezahlt werden, wie hoch kommt dann die Arbeit zu stehen?

Aufl.: Es werden 3 Seiten aufpoliert. Die Vorderseite von 1 m 9 dm oder 19 dm Höhe und $9\frac{1}{2}$ dm Breite hat $9\frac{1}{2}$ mal 19 oder 190 — $9\frac{1}{2}$ = $180\frac{1}{2}$ qdm Die eine Seitenfläche hat 5 mal 19 oder 95 qdm und ebensoviel hat die zweite Seitenfläche. Die 3 Seiten haben also $180\frac{1}{2}$ qdm und 2 mal 95 oder 190 qdm, demnach zusammen $370\frac{1}{2}$ qdm. Für das qm oder 100 qdm werden 2 ℳ 70 ₰ bezahlt, also zahlt man für 3 qm 3 mal 2 ℳ 70 ₰ oder 8 ℳ 10 ₰. Für $\frac{7}{10}$ qm zahlt man 7 mal 27 ₰ oder 1 ℳ 89 ₰. Kosten ferner 100 qdm 270 ₰, dann kostet $\frac{1}{2}$ qdm $1\frac{7}{20}$ ₰. Die ganze Arbeit kostet also 8 ℳ 10 ₰ und 1 ℳ 89 ₰ und $1\frac{7}{20}$ ₰ oder zusammen **10** ℳ $\frac{7}{20}$ ₰ (**10** ℳ).

15. Ein Haus ist auf zwei Seiten mit einem kleinen Gärtchen umgeben. Die eine Gartenstrecke hat eine Länge von 20 m und eine Breite von $4\frac{1}{2}$ m und die zweite Strecke ist 14 m lang und ebenso breit. Wie viele Ar enthält das Gärtchen?

Aufl.: Der eine Teil von 20 m Länge und $4\frac{1}{2}$ m Breite hat 20 mal $4\frac{1}{2}$ oder 90 qm. Der andere Teil von 14 m Länge und ebensoviel Breite hat 14 mal 14 oder 196 qm. Das ganze Gärtchen hat also 196 und 90 oder 286 qm. 1 a oder qdkm = 100 qm. Demnach hat das Gärtchen **2,86** a.

16. Ein Acker in der Form eines Rechtecks hat $125\frac{1}{2}$ a. Seine Länge beträgt $313\frac{3}{4}$ m; welches ist seine Breite?

Aufl.: $125\frac{1}{2}$ a sind 100 mal $125\frac{1}{2}$ oder 12550 qm. Die Länge beträgt $313\frac{3}{4}$ m oder $\frac{1255}{4}$ m. 1255 Ganze sind in 12550 10 mal enthalten und 1255 Viertel sind darin 40 mal enthalten. Demnach hat das Feld eine Breite von **40** m.

17*) Die Flächen dreier Wiesen verhalten sich zu einander wie 3 zu 5 zu 8. Wenn nun die mittelgroße Wiese 75 m lang und 54 m breit ist, wie viele Ar enthält dann jede Wiese?

Aufl.: Bei einer Länge von 75 m und einer Breite von 54 m hat die mittlere Wiese 54 mal $\frac{3}{4}$ Hundert oder 27 mal $\frac{3}{2}$ = $\frac{81}{2}$ Hundert oder 4050 qm. Das sind **$40\frac{1}{2}$** a. Bei dem gegebenen Verhältnisse hat dann die erste Wiese $\frac{3}{5}$ mal und die dritte $\frac{8}{5}$ mal so viele Ar. $\frac{1}{5}$ von $40\frac{1}{2}$ a ist $8\frac{1}{10}$ a. 3 mal

$8\frac{1}{10}$ a sind $24\frac{3}{10}$ a und 8 mal $8\frac{1}{10}$ a sind $64\frac{4}{5}$ a. Die erste Wiese hat also **24,3** a, die zweite hat **40,5** a und die dritte hat **64,8** a.

18. In Bayern ist der halbe Bogen Schreibpapier 33 cm lang und 21 cm breit. Wenn nun jemand 20 Zeilen und in jeder Zeile 11 Silben durchschnittlich per Seite schreiben soll, wie viele Worte zu $2\frac{1}{2}$ Silben im Durchschnitt gerechnet haben auf 27 qdm 72 qcm Papier Platz?

Aufl.: Bei 33 cm Länge und 21 cm Breite hat jede Seite eines halben Bogens 21 mal 33 oder 693 qcm. 20 mal 11 Silben sind 220 Silben per Seite. Rechnet man $2\frac{1}{2}$ Silben oder $\frac{5}{2}$ Silben auf ein Wort, dann sind 220 Silben $\frac{2}{5}$ mal 220 oder 2 mal 44 = 88 Worte per Seite. 2 mal 88 Worte oder 176 Worte gehen daher auf die beiden Seiten eines halben Bogen. So oft nun 693 qcm oder 6 qdm 82 qcm in 27 qdm 72 qcm enthalten sind, so oftmal 176 Worte gehen auf das bezeichnete Papier. Es ist 4 mal darin enthalten. Also gehen 4 mal 176 Worte oder **704 Worte** auf das Papier.

19. Ein Acker von 80 m Länge und 60 m Breite soll mit Weizen bestellt werden. Wenn man 250 Liter Saatgut auf das ha braucht, wie viel Weizen ist zur Saat für diesen Acker erforderlich?

Aufl.: Der Acker hat 80 mal 60 oder 4800 qm. Das sind 48 a. Braucht man 250 l Saatgut auf 1 ha, so braucht man $2\frac{1}{2}$ l auf 1 a. Folglich sind für 48 a 48 mal $2\frac{1}{2}$ l oder **120** l Saatgut erforderlich.

20. Ein Feld in Form eines Rechtecks gibt auf das Hektar 20 hl Ertrag an Roggen. Wenn das Feld 200 m lang und 70 m breit ist, das hl Roggen zu 75 kg gerechnet wird und der Zentner Roggen $8\frac{1}{2}$ ℳ kostet, welches ist der Geldertrag dieses Feldes in einem Jahre?

Aufl.: Bei 200 m Länge und 70 m Breite hat das Feld 70 mal 200 oder 14000 qm = 140 a. Gibt ein ha 20 hl Ertrag an Roggen, dann geben 140 a oder $1\frac{2}{5}$ ha $1\frac{2}{5}$ mal 20 hl = 28 hl. Das hl wiegt 75 kg oder $1\frac{1}{2}$ Zentner. 28 hl haben dann 28 mal $1\frac{1}{2}$ Zentner oder 42 Zentner. Kostet der Zentner Roggen $8\frac{1}{2}$ ℳ, so kosten 42 Zentner 42 mal $8\frac{1}{2}$ ℳ = **357** ℳ.

21. Eine Wiese ist 150 m lang und 50 m breit. Welches ist ihr jährlicher Ertrag, wenn ein Hektar an Heu und Grummet 90 Zentner gibt?

Aufl.: Bei einer Länge von 150 m und einer Breite von 50 m hat die Wiese 150 mal 50 oder 150 halbe Hundert = 75 Hundert oder 7500 qm. 1 ha hat 100 mal 100 oder 10000 qm. 7500 qm sind $\frac{3}{4}$ ha. Also ist der jährliche Er-

trag $\frac{3}{4}$ mal 90 Zentner. $\frac{1}{4}$ davon ist $22\frac{1}{2}$ Zentner und das Dreifache ist $67\frac{1}{2}$ Zentner. Die Wiese trägt demnach in einem Jahre **$67\frac{1}{2}$ Zentner**.

22. Ein Heidteil von 55 m Länge und 50 m Breite wird durch 400 Schafe in 3 Nächten gepfercht. Per Nacht zahlt man $6\frac{1}{2}$ ℳ und der Schäfer erhält per Tag $1\frac{1}{2}$ ℳ. Wie hoch kommt der Pferch für ein Hektar?

Aufl.: Ist der Heidteil 55 m lang und 50 m breit, so hat er an Flächeninhalt 55 mal 50 oder 55 halbe Hundert = $27\frac{1}{2}$ Hundert oder 2750 qm. Das sind $27\frac{1}{2}$ a. Dafür werden bezahlt 3 mal $6\frac{1}{2}$ ℳ und 3 mal $1\frac{1}{2}$ ℳ oder $19\frac{1}{2}$ ℳ und $4\frac{1}{2}$ ℳ = 24 ℳ. Zahlt man 24 ℳ für $27\frac{1}{2}$ a oder für $\frac{55}{2}$ a, so zahlt man für $\frac{1}{2}$ a $\frac{24}{55}$ ℳ und für 1 a $\frac{48}{55}$ ℳ. 1 ha kostet dann 100 mal $\frac{48}{55}$ ℳ = 20 mal $\frac{48}{11}$ ℳ oder $\frac{960}{11}$ ℳ = **$87\frac{3}{11}$ ℳ** oder **87 ℳ 27 ₰**.

23. Eine Gemeinde verpachtet an einen Schäfer ihre Sommerweide (Georgi bis Michaeli oder 24. April bis 29. September) aus 500 ha bestehend so, daß bei 400 Schafen per Stück 5 ℳ bezahlt werden. Wieviel trifft es hiebei auf 1 Ar?

Aufl.: Zahlt man per Schaf 5 ℳ, so werden für 400 Schafe 400 mal 5 ℳ oder 2000 ℳ bezahlt. Zahlt man diese Summe für 500 ha, so zahlt man für 1 ha den 500. Teil davon oder 4 ℳ und für 1 a demnach 4 ₰. Auf 1 a trifft es also **4 ₰**.

24. Zwei Wiesen haben gleichen Flächeninhalt aber verschiedene Form. Die eine ist ein Rechteck von 400 m Länge und 81 m Breite, die andere ist ein Quadrat. Wie groß ist die Seite des letzteren?

Aufl.: Beträgt die Länge 400 m und die Breite 81 m, so hat die rechteckige Wiese 400 mal 81 oder 32400 qm. Die quadratförmige Wiese hat den gleichen Inhalt. Ihre Seite ist daher gleich der Quadratwurzel aus 32400. Das ist 180. Die Seite der zweiten Wiese beträgt demnach **180** m.

25. Jemand hat einen quadratförmigen Garten von 25 m Seitenlänge. Nun kauft er ein angrenzendes Wiesenstück von der gleichen Breite und 43 m Länge hinzu. Wie viele Bäume kann er auf die Gesamtfläche setzen, wenn jeder 85 qm Raum erhält?

Aufl.: Der ursprüngliche Garten von 25 m Seitenlänge hat 25 mal 25 oder 625 qm Fläche. Die angrenzende Wiese hat 43 mal 25 oder $\frac{43}{4}$ Hundert = 1075 qm. Die beiden Gründe haben demnach zusammen 1075 qm und 625 qm oder 1700 qm. Erhält jeder Baum 85 qm Bodenfläche, so kann man so oftmal einen Baum setzen, als 85 in 1700 enthalten ist. Es ist 20 mal darin enthalten. Folglich kann man **20 Bäume** setzen.

26. Von einem Wiesengrunde von 225 m Länge und 60 m Breite verkauft man ein quadratförmiges Stück, dessen Seite der Breite der Wiese gleich kommt. Wenn nun die ursprüngliche Wiese einen Heuertrag von 108 Zentnern liefert, wie viel Heu gibt dann das verkaufte Stück?

Aufl.: Die ursprüngliche Wiese von 225 m Länge und 60 m Breite hat eine Fläche von 60 mal 225 oder 13500 qm = 135 a. Die verkaufte Wiese hat 60 mal 60 oder 3600 qm = 36 a. Geben 135 a 108 Zentner Heu, so gibt 1 a $\frac{108}{135}$ oder $\frac{4}{5}$ Zentner und 36 a geben dann 36 mal $\frac{4}{5}$ Zentner = $\frac{144}{5}$ oder **28$\frac{4}{5}$** Zentner.

27. Ein Garten von 25 m Länge und 18 m Breite wird der Breite nach durch einen 2 m breiten Weg in zwei gleiche Hälften geteilt. Ringsum am Zaune ist mit Ausnahme des Weges eine Rasenfläche von 1$\frac{1}{2}$ m Breite. Wie viel Gartenland wird angebaut?

Aufl.: Teilt der 2 m breite Weg den Garten der Breite nach in 2 Hälften, dann hat jede Hälfte mit Ausnahme des Weges 18 mal 11$\frac{1}{2}$ oder 180 und 27 oder 207 qm Inhalt. Davon ist die Rasenfläche in Abzug zu bringen. Hat diese an der Breitseite 18 m Länge und 1$\frac{1}{2}$ m Breite oder 27 qm, dann bleiben für die Längsseite einer jeden Gartenhälfte noch 2 mal 10 mal 1$\frac{1}{2}$ oder 2 mal 15 = 30 qm übrig. Jede Hälfte des Gartens hat also 30 und 27 oder 57 qm Rasenfläche. Folglich bleibt für jede Hälfte eine Fläche von 207 weniger 57 oder 150 qm zum Anbau übrig. Im ganzen Garten werden demnach 2 mal 150 qm oder **300** qm angebaut.

Oder: Der ganze Garten hat 18 mal 25 = 18 Viertelhundert oder 450 qm. Der 2 m breite Weg hat 18 mal 2 oder 36 qm. Eine jede Rasenfläche an der Breitseite hat 18 mal 1$\frac{1}{2}$ m oder 27 qm und jede der übrigen vier Rasenflächen an der Längsseite hat 10 mal 1$\frac{1}{2}$ oder 15 qm. 4 mal 15 oder 60 qm und 2 mal 27 oder 54 qm und 36 qm machen zusammen 150 qm für die ganze Rasenfläche und den Weg aus. Folglich werden 450 qm weniger 150 qm oder **300** qm angebaut.

28. Für das Ausmalen der Wände eines 6 m langen, 5 m breiten und 2,7 m hohen Zimmers zahlt man 7 *M.* Wie hoch kommt das Quadratmeter, wenn für die Thüre 2,7 qm und für vier Fenster 6,7 qm in Abrechnung kommen?

Aufl.: Das Zimmer hat 2 Längswände von je 6 mal 2,7 oder 16,2 qm, also zusammen von 32,4 qm. Ferner hat es 2 Breitwände von je 5 mal 2,7 oder 13,5 qm, also zusammen von 27 qm. Die 4 Wandflächen haben miteinander 32,4 qm und 27 qm oder 59,4 qm. Hievon kommen in Abzug 2,7 qm

für die Thüre und 6,7 qm für die Fenster, also zusammen 9,4 qm. Demnach bleiben noch 59,4 weniger 9,4 oder 50 qm übrig. Kostet das Ausmalen dieser 7 ℳ, so kostet 1 qm den 50. Teil von 700 ₰ = $\frac{70}{5}$ oder **14** ₰.

29. Für die drei Winterfenster eines Zimmers zahlt man 25 ℳ 65 ₰. Wie hoch kommt das Quadratmeter, wenn die Fenster eine Höhe von 1,5 m und eine Breite von 95 cm haben?

Aufl.: Bei einer Höhe von 1,5 m und einer Breite von 95 cm hat jedes Fenster eine Fläche von 15 mal $9\frac{1}{2}$ oder 150 weniger $7\frac{1}{2}$ = $142\frac{1}{2}$ qdm. Zahlt man für 3 Fenster 25 ℳ 65 ₰, dann kostet eines den dritten Teil hievon, nämlich 8 ℳ 55 ₰. $142\frac{1}{2}$ oder $\frac{285}{2}$ qdm kosten 8 ℳ 55 ₰ oder 855 ₰, dann kostet $\frac{1}{2}$ qdm 3 ₰ und 1 qm kostet **6** ℳ.

30. Jemand will seinen 10800 qm haltenden Waldteil in Form eines Quadrats so vermehren, daß er dreimal so groß wird als früher und gleichfalls ein Quadrat bildet. Wie lang und breit ist dann die neue Waldfläche?

Aufl.: 10800 qm sind 108 a. Das Dreifache davon ist 324 a. Hat die neue Waldfläche 324 a oder 32400 qm, dann ist die Seite dieser quadratförmigen Fläche gleich der Wurzel aus 32400. Das ist 180. Folglich hat die neue Waldfläche **180** m in der Länge und **180** m in der Breite.

31. Eine Blechröhre hat $8\frac{2}{5}$ cm Durchmesser und ist auf beiden Seiten offen. Wie viel Blech enthält sie bei einer Länge von 7 m?

Aufl.: Die aufgeschnitten gedachte Röhre stellt ein Rechteck dar von 7 m Länge. Die Breite desselben ist gleich dem Umfange der Röhre, also $\frac{22}{7}$ mal $8\frac{2}{5}$ oder $\frac{22}{7}$ mal $\frac{42}{5}$ = 22 mal $\frac{6}{5}$ = 22 und $\frac{22}{5}$ oder $26\frac{2}{5}$ cm. Der Inhalt ist dann gleich 700 mal $26\frac{2}{5}$ = 7 mal $26\frac{2}{5}$ mal 100 = $184\frac{4}{5}$ qm mal 100 oder **$184\frac{4}{5}$** qdm = **1** qm **$84\frac{4}{5}$** qdm.

32. Ein Quartier eines Gartens, welches 13 m lang und 9 m breit ist, wird außen so mit Rosenstöcken bepflanzt, daß sämtliche Stöcke $\frac{1}{2}$ m vom Wege abstehen und 2 m von einander entfernt sind. Wie viele Rosenstämmchen braucht man hiezu?

Aufl.: Hat das Quartier 13 m Länge und soll jedes Rosenstämmchen $\frac{1}{2}$ m vom Wege abstehen, dann wird auf einer Längsseite eine Reihe sich auf 13 weniger 1 oder 12 m ausdehnen können. Auf einer Strecke von 12 m haben aber bei 2 m Entfernung der einzelnen Stöcke von einander 6 und 1, also 7 Rosenstämmchen Platz. Auf der zweiten Längsseite haben gleichfalls 7 Rosenstöcke Platz.

Ist das Quartier 9 m breit, so geht bei einem Wegabstande von $\frac{1}{2}$ m wiederum 1 m von der dritten Reihe ab und somit wird eine Strecke von 8 m bepflanzt. Da aber wegen der Längsreihen schon 2 Stämmchen den Anfang in den Breit-

seiten machen, so haben auf einer Breitseite nur mehr 4 weniger 1 oder 3 Stämmchen Platz und auf beiden Breitseiten demnach 6 Stämmchen.

Im ganzen braucht man also 2 mal 7 und 6 oder **20 Rosenstöcke.**

33. Ein Rechteck von 36 cm Länge und 9 cm Breite soll in ein Quadrat verwandelt werden. Wie groß wird die Seite desselben?

Aufl.: Ist das Rechteck 36 cm lang und 9 cm breit, dann hat es einen Flächeninhalt von 36 mal 9 oder 324 qcm. Das Quadrat hat den gleichen Inhalt. Demnach ist eine Seite gleich der Wurzel aus 324 und das ist 18. Das Quadrat hat also eine Seitenlänge von **18** cm.

34. Ein steinerner Wasserbehälter ist außen 3,8 m lang, 8 dm breit und $6\frac{1}{2}$ dm hoch. Derselbe ist auf allen Seiten gleich ausgehauen und zwar in der Stärke von $1\frac{1}{2}$ dm. Wie groß ist jede seiner inneren fünf Flächen?

Aufl.: Beträgt die Stärke oder Dicke der Wände $1\frac{1}{2}$ dm, dann hat die innere Bodenfläche eine Länge von 3,8 m weniger 2 mal $1\frac{1}{2}$ dm. Das ist $3\frac{1}{2}$ m. Ähnlich beträgt die Breite 8 dm weniger 3 dm = 5 dm oder $\frac{1}{2}$ m. Die innere Bodenfläche hat demnach $3\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ oder $\frac{7}{2}$ mal $\frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ oder $\mathbf{1\frac{3}{4}}$ qm.

Bei einer äußeren Höhe von $6\frac{1}{2}$ dm und einer Dicke von $1\frac{1}{2}$ dm hat jede innere Längswand eine Breite von 5 dm oder $\frac{1}{2}$ m. Die Länge beträgt $3\frac{1}{2}$ m. Demnach beträgt die Fläche einer jeden solchen Wand $\frac{7}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ oder $\frac{7}{4}$ qm = $\mathbf{1\frac{3}{4}}$ qm.

Eine jede der beiden Breitseiten im Inneren hat 8 dm weniger 3 dm = 5 dm in der Breite und $6\frac{1}{2}$ dm weniger $1\frac{1}{2}$ dm, also 5 dm in der Höhe. Folglich hat jede dieser Breitseiten eine Fläche von $\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ qm.

Alle fünf Flächen haben demnach $1\frac{3}{4}$ qm und 2 mal $1\frac{3}{4}$ oder $3\frac{1}{2}$ qm und 2 mal $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ qm, zusammen $\mathbf{5\frac{1}{2}}$ qm.

35. Ein Quadrat hat $2\frac{1}{4}$ qm Inhalt. Welches ist seine Höhe und Basis?

Aufl.: Der Inhalt des Quadrats ist $2\frac{1}{4}$ qm oder $\frac{9}{4}$ qm. Seine Höhe und Basis ist dann gleich der Quadratwurzel aus $\frac{9}{4}$. Die Wurzel daraus ist $\frac{3}{2}$ oder $1\frac{1}{2}$. Demnach beträgt die Grundlinie und die Höhe des Quadrats $\mathbf{1\frac{1}{2}}$ m.

36. Der Umfang einer quadratförmigen Baumschule beträgt 120 m. Wie viele Bäumchen faßt dieselbe, wenn auf jedes $2\frac{1}{2}$ qm gerechnet werden?

Aufl.: Beträgt der Umfang 120 m, dann hat eine Seite den 4. Teil davon oder 30 m Länge. Bei dieser Seitenlänge hat

die Baumschule 30 mal 30 oder 900 qm. Rechnet man $2\frac{1}{2}$ qm oder $\frac{5}{2}$ qm auf ein Stämmchen, so enthält die Baumschule so oftmal 1 Bäumchen, als $\frac{5}{2}$ in 900 enthalten ist. 5 ist in 900 20 mal 9 oder 180 mal enthalten und $\frac{5}{2}$ ist darin 2 mal 180 oder 360 mal enthalten. Die Baumschule faßt also **360 Bäumchen.**

37. Ein Zimmer von 7 m Länge, 5 m Breite und 3 m Höhe soll tapeziert werden. Wie hoch kommt das, wenn das Quadratmeter Tapeten mit 20 ₰ bezahlt wird und für die drei 1,2 m breiten und zimmerhohen Fensternischen der einen Längsseite je $3\frac{1}{2}$ qm Tapeten und für die Thüre 2,7 qm gerechnet werden?

Aufl.: Die eine fensterlose Längsseite hat 7 mal 3 oder 21 qm. Für die mit Fenstern versehene zweite Längswand sind 3 mal 1,2 m oder 3,6 m von der Länge in Abrechnung zu bringen. 7 m weniger 3,6 m = 3,4 m. Es treffen demnach 3,4 mal 3 oder 10,2 qm auf diese zweite Längsseite und außerdem noch für die 3 Fensternischen 3 mal $3\frac{1}{2}$ oder $10\frac{1}{2}$ qm, zusammen also 20,7 qm. Die beiden Längsseiten haben folglich miteinander 21 qm und 20,7 qm = 41,7 qm.

Die beiden Breitseiten haben 2 mal 5 mal 3 oder 30 qm. Demnach sind es im ganzen 41,7 und 30 oder 71,7 qm. Da für die Thüre 2,7 qm in Abrechnung kommen, so werden im ganzen 71,7 qm weniger 2,7 qm, also 69 qm mit Tapeten überzogen. Kostet das qm 20 ₰, dann kostet die ganze Arbeit 69 mal $\frac{1}{5}$ ℳ = $\frac{69}{5}$ ℳ oder **13 ℳ 80 ₰.**

38. Zwei gleich große Gartenteile von je $5\frac{1}{2}$ m Länge, welche durch einen $1\frac{3}{4}$ m breiten Weg von einander getrennt sind, werden durch Umgraben des Weges vereinigt. Wie viele Einfassung hat man jetzt weniger als vorher und wie viel Gartenland wurde durch das Umgraben des Weges gewonnen?

Aufl.: Da die Einfassung längs beider Seiten von je $5\frac{1}{2}$ m Ausdehnung in Wegfall kommt, so hat man vorderhand 2 mal $5\frac{1}{2}$ m oder 11 m Einfassung weniger. Weil aber der Weg von $1\frac{3}{4}$ m Breite umgegraben wird, so kommt für die beiden Breitseiten des Weges wiederum eine Einfassung von 2 mal $1\frac{3}{4}$ m oder $3\frac{1}{2}$ m dazu. Demnach hat man im ganzen 11 m weniger $3\frac{1}{2}$ m, also **$7\frac{1}{2}$ m Einfassung** weniger als zuerst.

Der durch Umgraben des Weges erzielte Raum hat $5\frac{1}{2}$ m in der Länge und $1\frac{3}{4}$ m in der Breite, ist also $\frac{11}{2}$ mal $\frac{7}{4}$ oder $\frac{77}{8}$ qm groß. Demnach hat man **$9\frac{5}{8}$ qm** Gartenland gewonnen.

39. Eine Hausflur von 10 m Länge und $2\frac{1}{2}$ m Breite soll mit quadratförmigen Steinplatten belegt werden, deren Seite $3\frac{1}{8}$ dm lang ist. Was kostet die Belegung, wenn das Quadratmeter 7 ℳ kostet und wie viele Steinplatten sind hiezu erforderlich?

Aufl.: Hat die Hausflur 10 m in der Länge und $2\frac{1}{2}$ m in der Breite, dann enthält sie 10 mal $2\frac{1}{2}$ oder 25 qm. 25 mal 7 ℳ sind **175 ℳ**. Soviel kostet die Belegung.

Jede Steinplatte ist $3\frac{1}{8}$ dm lang und ebenso breit, hat also $\frac{25}{8}$ mal $\frac{25}{8}$ oder $\frac{625}{64}$ qdm. So oft der Inhalt einer Platte im Inhalte der ganzen Flur enthalten ist, so oftmal 1 Platte ist zur Belegung nötig. 25 qm sind 2500 qdm. 625 ist in 2500 4 mal enthalten und $\frac{625}{64}$ sind darin 64 mal so oft, also 256 mal enthalten. Demnach braucht man für diese Hausflur **256 Steinplatten.**

40. In einem Quadrate zieht man eine Diagonale. Wie groß ist jeder der anliegenden und der übrigen Winkel und wie groß ist ihre Summe?

Aufl.: Durch die Diagonale wird das Quadrat in zwei rechtwinklige gleichschenklige Dreiecke geteilt. In einem solchen Dreiecke hat der Winkel, welcher von den beiden Katheten gebildet wird, **90°**. Die beiden Winkel, welche an der Hypotenuse anliegen, haben zusammen ebenfalls 90°. Also hat jeder der anliegenden Winkel **45°**. Im ganzen sind demnach 2 R von zusammen 180° und 4 anliegende spitze Winkel von zusammen 4 mal 45° oder 180° vorhanden. Alle Winkel im Quadrate haben also miteinander 4 R oder **360°**.

41. Ein quadratischer Speisesaal von 30 m Seitenlänge wird mit 3600 Marmorplatten belegt. Wie groß ist ein anderer ähnlicher Saal, zu dem 2500 solcher Platten erforderlich sind?

Aufl.: Das Verhältnis der Zahl der Marmorplatten ist 3600 zu 2500 oder 6 zu 5. Im gleichen Verhältnisse stehen auch die Seitenlängen. Hat der erste Saal 30 m, dann hat der zweite $\frac{5}{6}$ mal so viel, also 25 m. Der zweite Saal ist demnach **25 m** lang und **25 m** breit.

Oder:

Ist der erste Saal 30 m lang und ebenso breit, so hat er 900 qm. Braucht man hiezu 3600 Marmorplatten, dann trifft es auf 1 qm 4 Platten. Sind zu dem zweiten Saale 2500 Marmorplatten erforderlich, dann hat derselbe $\frac{2500}{4}$ oder 625 qm. Die Seite desselben ist dann gleich der Quadratwurzel aus 625. Das ist 25. Also hat der zweite Saal **25 m** in der Länge und **ebensoviel** in der Breite.

42. Ein Quadrat hat als Inhalt 2 a 45 qm. Wie groß ist die Seite eines zweiten Quadrats, welches viermal größer ist als das erste?

Aufl.: Hat ein Quadrat 2 a 45 qm oder 245 qm, dann hat ein zweites Quadrat, das viermal größer ist als dieses erste, 5 mal 245 qm zum Inhalt. 5 mal 245 qm sind 1225 qm. Die Seite eines Quadrats von diesem Inhalte ist dann gleich

der Wurzel aus 1225 und das ist 35. Demnach hat die Seite des zweiten Quadrats eine Länge von **35** m.

43*. Die Breite eines 420 m im Umfange haltenden Ackers verhält sich zur Länge wie 8 zu 13. Der Acker wird mit Erbsen bestellt, wovon das Ar $12\frac{1}{2}$ kg Ertrag liefert. Welches ist der Erlös von diesem Acker, wenn der Zentner Erbsen 6 ℳ 80 ₰ kostet?

Aufl.: Der Umfang des Ackers von 420 m erstreckt sich auf eine doppelte Länge und eine doppelte Breite. Ist das Verhältnis der Breite zur Länge wie 8 zu 13, so besteht der Umfang aus 21 gleichen Teilen. Ein Teil hievon ist $\frac{420}{21}$ oder 20 m. 8 mal 20 oder 160 m ist die doppelte Breite; die einfache beträgt dann **80** m. 13 mal 20 m oder 260 m ist die doppelte Länge; die einfache ist dann **130** m.

Der Flächeninhalt des Ackers ist bei 130 m Länge und 80 m Breite 80 mal 130 oder 10400 qm oder 104 a. Liefert das a $12\frac{1}{2}$ kg oder 25 Pfund Erbsen und kostet der Zentner 6 ℳ 80 ₰, so erzielt man von 1 a den 4. Teil von 6 ℳ 80 ₰ oder einen Ertrag von 1 ℳ 70 ₰. 104 a geben dann einen Gelderlös von 170 ℳ und 4 mal 1 ℳ 70 ₰ oder 6 ℳ 80 ₰. Der Gesamterlös des Ackers beträgt dann 170 ℳ und 6 ℳ 80 ₰ oder **176** ℳ **80** ₰.

44. Ein Gärtchen hat $5\frac{1}{2}$ m in der Länge und $4\frac{1}{2}$ m in der Breite. Nun wird jede Seite um 2 m verlängert. Um wieviel ist jetzt der Inhalt größer als vorher?

Aufl.: Bei einer Länge von $5\frac{1}{2}$ m und einer Breite von $4\frac{1}{2}$ m hat das Gärtchen einen Flächeninhalt von $\frac{11}{2}$ mal $\frac{9}{2} = \frac{99}{4}$ oder $24\frac{3}{4}$ qm. Wird diese Fläche auf jeder Seite um **2** m größer, so beträgt die Länge des neuen Gärtchens $7\frac{1}{2}$ m und die Breite $6\frac{1}{2}$ m. Der Inhalt ist dann $7\frac{1}{2}$ mal $6\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ mal $\frac{13}{2} = \frac{195}{4}$ oder $48\frac{3}{4}$ qm. Zieht man hievon $24\frac{3}{4}$ qm ab, so bleiben 24 qm übrig. Der Inhalt des Gärtchens wurde also um **24** qm vermehrt.

45. Der Umfang eines quadratischen Wiesengrundes beträgt 300 (168, 248) m. Wie groß ist sein Flächeninhalt?

Aufl.: Beträgt der Umfang 300 m, dann hat eine Seite den vierten Teil hievon oder 75 m. Der Inhalt des Wiesengrundes beträgt daher 75 mal 75 oder 75 mal $\frac{3}{4}$ Hundert qm. Das sind $\frac{225}{4}$ Hundert oder $56\frac{1}{4}$ Hundert, also **5625** qm oder **56¼** a.

($\frac{168}{4} = 42$; 42 mal 42 = 40 mal 42 oder 1680 qm und 2 mal 42 oder 84 qm, also **1764** qm oder **17** a **64** qm.

$\frac{248}{4} = 62$; 60 . 62 = 3720 und 2 . 62 = 124; 3720 + 124 = 3844. Also **3844** qm oder **38** a **40** qm).

46. Es soll der Boden einer Küche von 5 m Länge und $4\frac{1}{2}$ m Breite mit 11zölligen Solnhofer Kalkplatten belegt werden, so

daß auf jede Seite derselben samt Fuge 30 cm Ausdehnung treffen. Was kosten diese Platten, wenn das Stück 16 ₰ kostet?

Aufl.: Hat die Küche eine Länge von 5 m und eine Breite von $4\frac{1}{2}$ m, so hat sie 5 mal $4\frac{1}{2}$ oder $22\frac{1}{2}$ qm. Kommen auf die Seite einer jeden quadratischen Platte 30 cm, so braucht jede 30 mal 30 oder 900 qcm = 9 qdm. $22\frac{1}{2}$ qm sind 2250 qdm. 9 qdm sind darin 250 mal enthalten. Demnach hat man zur Belegung des Bodens 250 Platten nötig. Kostet ein Stück 16 ₰, so kosten diese 250 Platten 250 mal 16 ₰ oder 16 mal $2\frac{1}{2}$ ℳ, also **40** ℳ.

47. Jemand will das 4 m lange und $2\frac{1}{4}$ m breite Pultdach eines Bienenpavillons mit Bleiblech decken. Was kostet das Material hiezu, wenn die Tafel Bleiblech 2 qm Fläche und 20 Pfund Gewicht hat und das Kilo 55 ₰ kostet?

Aufl.: Hat das Dach 4 m in der Länge und $2\frac{1}{4}$ m in der Breite, so hat es 4 mal $2\frac{1}{4}$ oder 9 qm. Hat eine Tafel Bleiblech mit 2 qm 20 ℔ oder 10 kg, dann haben 9 qm $\frac{9}{2}$ mal 10 kg = 9 mal 5 oder 45 kg. Kostet das Kilo 55 ₰, so kosten 45 kg $\frac{45}{2}$ ℳ = $22\frac{1}{2}$ ℳ und 45 mal 5 ₰ = $2\frac{1}{4}$ ℳ. Das ganze Material kostet also $22\frac{1}{2}$ ℳ und $2\frac{1}{4}$ ℳ oder **24** ℳ **75** ₰.

48. Auf einer Wandkarte von $1\frac{1}{2}$ m Höhe und 1,8 m Breite befindet sich eine kleinere Karte, welche $\frac{1}{5}$ so hoch und $\frac{1}{3}$ so breit ist als jene. Welches ist der Flächeninhalt der kleineren Karte und welche Fläche bleibt noch für die größere übrig?

Aufl.: Die kleinere Karte ist $\frac{1}{5}$ so hoch als die größere, welche $1\frac{1}{2}$ m Höhe hat. Also ist sie $\frac{1}{5}$ von $1\frac{1}{2}$ m oder von 15 dm, demnach 3 dm hoch. Ferner ist sie $\frac{1}{3}$ so breit als jene, welche 1,8 m Breite hat. Sie ist $\frac{1}{3}$ von 1,8 m oder von 18 dm, also 6 dm breit. Folglich hat die kleinere Karte 3 mal 6 oder **18** qdm.

Die größere Karte von 15 dm Höhe und 18 dm Breite hat 15 mal 18 oder 180 und 90, also 270 qdm. Da die kleinere Karte 18 qdm hat, so sind für die größere Karte noch 270 weniger 18 oder **252** qdm übrig.

49. Ein Stück Bielefelder Kettgarnleinen von 60 m Länge und 135 cm Breite kostet 141 ℳ 75 ₰. Wie hoch kommt das Quadratmeter?

Aufl.: Ist das Stück 60 m lang und 135 cm breit, so hat es 60 mal 1,35 oder 60 mal $1\frac{7}{20}$ qm. Das sind 60 qm und 60 mal $\frac{7}{20}$ oder 3 . 7 = 21 qm, zusammen also 81 qm. Kosten diese 141 ℳ 75 ₰, so kostet 1 qm den 81. Teil davon. Der 81. Teil von 81 ℳ ist 1 ℳ und von 60 ℳ 75 ₰ oder $\frac{243}{4}$ ℳ ist $\frac{243}{324}$ oder $\frac{3}{4}$ ℳ. 1 qm kostet demnach $1\frac{3}{4}$ ℳ.

50. Vom glatten Elsässer Baumwollengewebe (Haustuch) kostet das Quadratmeter 1 ℳ 70 ₰. Was kostet ein Stück von 60 m Länge und 84 cm Breite?

Aufl.: Ein Stück von 60 m Länge und 84 cm Breite hat 60 mal $\frac{84}{100}$ oder $\frac{3}{5}$ mal 84 qm. $\frac{1}{5}$ von 84 qm sind $16\frac{4}{5}$ qm und $\frac{3}{5}$ davon sind 3 mal $16\frac{4}{5}$ oder $50\frac{2}{5}$ qm. Kostet 1 qm 1 ℳ 70 ₰, so kosten 50 qm 50 mal 1 ℳ 70 ₰ oder 50 ℳ und 35 ℳ und $\frac{2}{5}$ qm kosten $\frac{2}{5}$ mal 170 oder 2 mal 34 ₰ = 68 ₰. Demnach kostet das ganze Stück **85 ℳ 68 ₰**.

51. Es soll ein Feld in Form eines Rechtecks von $96\frac{4}{5}$ m ($48\frac{3}{5}$ m) Länge und 40 m Breite gegen ein besseres aber nur $\frac{1}{2}$ ($\frac{2}{3}$) so großes quadratisches Feld vertauscht werden. Wie lang ist die Seite des letzteren?

Aufl.: Ist das erste Feld $96\frac{4}{5}$ m lang und 40 m breit, so hat es 40 mal $96\frac{4}{5}$ qm Flächeninhalt oder 40 a weniger 40 mal $3\frac{1}{5}$ qm. 40 mal $3\frac{1}{5}$ qm sind 128 qm. 40 a weniger 128 qm sind 3872 qm. Das zweite Feld in Form eines Quadrats hat nur halb soviel Fläche, also $\frac{3872}{2}$ oder 1936 qm. Demnach ist eine Seite desselben gleich der Quadratwurzel aus 1936, also **44** m.

(Das erste Feld hat 40 mal $48\frac{3}{5}$ qm oder $\frac{40}{2}$ a weniger 40 mal $1\frac{2}{5}$ qm, also 20 a weniger 56 qm oder 2000 qm weniger 56 qm = 1944 qm. Das zweite Feld in Form eines Quadrats soll nur $\frac{2}{3}$ so groß sein als das erste. $\frac{1}{3}$ von 19 a 44 qm sind 6 a 48 qm und $\frac{2}{3}$ davon sind 12 a 96 qm oder 1296 qm. Die Seite ist dann gleich der Wurzel aus 1296, also **36** m).

52. Eine Wiese von 36 (32, $48\frac{3}{5}$) m Länge und 24 (22, 40) m Breite wird gegen einen Waldteil in Form eines Quadrats vertauscht, welcher $2\frac{2}{3}$ ($2\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$) mal so groß ist als die Wiese. Wie lang ist die Seite dieses Waldteils?

Aufl.: Die Wiese von 36 m Länge und 24 m Breite hat 36 mal 24 qm oder $\frac{36}{4}$ a weniger 36 qm, also 9 a weniger 36 qm oder 864 qm. Soll der Waldteil $2\frac{2}{3}$ mal oder $\frac{8}{3}$ mal so groß sein, so hat er 8 mal den dritten Teil von 864 qm. Der dritte Teil hievon beträgt 288 qm und 8 mal soviel ist 16 a und 8 mal 88 oder 704 qm, also 23 a 4 qm oder 2304 qm. Die Quadratwurzel aus 2304 ist 48. Demnach ist der quadratische Waldteil **48** m lang.

(32 mal 22 qm sind 640 und 64 oder 704 qm. So groß ist die Wiese. Der quadratische Waldteil ist $2\frac{3}{4}$ mal so groß. 2 mal 7 a 4 qm sind 14 a 8 qm und 3 mal $\frac{1}{4}$ von 704 qm oder 3 mal 176 qm sind 528 qm oder 5 a 28 qm, zusammen also 14 a 8 qm und 5 a 28 qm oder 19 a 36 qm. Die Wurzel aus 1936 ist 44. Demnach hat der Waldteil **44** m in der Länge.

Ist die Wiese $48\frac{3}{5}$ m lang und 40 m breit, so hat sie $\frac{40}{2}$ a weniger 40 mal $1\frac{2}{5}$ qm, also 20 a weniger 56 qm, demnach 1944 qm. Ist der quadratische Waldteil $1\frac{1}{2}$ mal so groß, so hat er $\frac{3}{2}$ mal 19 a 44 qm. Die Hälfte hievon ist 9 a 72 qm und das Dreifache beträgt 29 a 16 qm oder 2916 qm. Die Quadratwurzel aus 2916 ist 54. Folglich ist der Waldteil **54** m lang).

B. Inhalt des Dreiecks.

Bemerkung: Bei einem Dreiecke ist der Inhalt gleich dem halben Produkte aus Basis (b) und Höhe (h). In Zeichen:

$$I = \frac{bh}{2}. \text{ Daraus folgt: } b = \frac{2\,I}{h} \text{ oder } \frac{I}{\frac{1}{2}\,h},$$

$$\text{ferner } h = \frac{2\,I}{b} \text{ oder } \frac{I}{\frac{1}{2}\,b}.$$

1. Bei einem Dreiecke von $3\frac{1}{2}$ cm Höhe beträgt die Basis $4\frac{3}{4}$ cm. Welches ist der Inhalt dieses Dreiecks?

Aufl.: Beträgt die Höhe $3\frac{1}{2}$ cm und die Basis $4\frac{3}{4}$ cm, so ist der Inhalt des Dreiecks gleich der Hälfte von $\frac{7}{2}$ mal $\frac{19}{4}$ oder gleich $\frac{7}{4}$ mal $\frac{19}{4} = \frac{133}{16}$ qcm oder $8\frac{5}{16}$ qcm.

2. Der Inhalt eines Dreiecks beträgt $24\frac{1}{2}$ qcm. Wie hoch ist dasselbe, wenn die Grundlinie $10\frac{1}{2}$ cm lang ist?

Aufl.: Beträgt der Inhalt $24\frac{1}{2}$ qcm oder $\frac{49}{2}$ qcm, dann beträgt bei einer Grundlinie von $10\frac{1}{2}$ cm die Höhe des Dreiecks den $10\frac{1}{2}$. ($\frac{21}{2}$.) Teil von 49 ganzen qcm. Der 21. Teil von 49 beträgt $2\frac{7}{21}$ oder $2\frac{1}{3}$ und das Doppelte hievon ist $4\frac{2}{3}$. Das Dreieck hat also eine Höhe von $4\frac{2}{3}$ cm.

3. Wenn der Inhalt eines Dreiecks $17\frac{1}{4}$ qcm und dessen Höhe $8\frac{5}{8}$ cm beträgt, wie groß ist dann die Grundlinie?

Aufl.: Der Inhalt des Dreiecks ist gleich $17\frac{1}{4}$ qcm oder $\frac{69}{4}$ qcm. Die Höhe desselben beträgt $8\frac{5}{8}$ cm oder $\frac{69}{8}$ cm. Die Hälfte dieser Höhe ist $\frac{69}{16}$ cm. 69 Ganze sind in 69 Vierteln $\frac{1}{4}$ mal enthalten und $\frac{69}{16}$ sind darin 16 mal so oft, also 4 mal enthalten. Die Grundlinie beträgt demnach **4** cm.

4. Die vordere Giebelseite eines Ziegelstadels, welche ein Dreieck von $8\frac{1}{2}$ m Höhe und 9 m Basis darstellt, soll mit dünnen Brettern verschalt werden. Wie hoch kommt das Quadratmeter zu stehen, wenn für die Bretter 30 ℳ 60 ₰ bezahlt werden müssen?

Aufl.: Bei einer Höhe von $8\frac{1}{2}$ m und einer Basis von 9 m beträgt der Inhalt des Giebels $\frac{9}{2}$ mal $\frac{17}{2}$ oder $\frac{153}{4} = 38\frac{1}{4}$ qm. Kosten diese 30 ℳ 60 ₰ oder 3060 ₰, so kostet $\frac{1}{4}$ qm den 153. Teil davon; das ist 20 ₰. Das qm kostet dann 4 mal 20 ₰ oder **80** ₰.

5. Ein Haus soll ein Schieferdach (Ziegeldach) erhalten, dessen Herstellungskosten 4 ℳ 25 ₰ (3 ℳ) pro Quadratmeter betragen. Das Dach stellt zwei Trapeze von 15 m und 9 m langen Parallelseiten und $6\frac{1}{2}$ m Höhe und zwei Dreiecke von 10 m Basis und 5 m Höhe dar. Wie teuer kommt dasselbe zu stehen?

Aufl.: Haben die Parallelseiten eines Trapezes 15 m und 9 m Länge und beträgt die Höhe $6\frac{1}{2}$ m, so beträgt der Inhalt desselben 12 mal $6\frac{1}{2}$ oder 78 qm. Die beiden Trapeze haben dann 2 mal 78 oder 156 qm. — Ein Dreieck von 10 m Basis und 5 m Höhe hat 5 mal 5 oder 25 qm Fläche und die beiden Dreiecke haben dann 2 mal 25 oder 50 qm. — Das ganze Dach hat also 50 qm und 156 qm oder 206 qm.

Bei $4\frac{1}{4}$ ℳ pro qm zahlt man für 206 qm 206 mal $4\frac{1}{4}$ ℳ oder 824 ℳ und $51\frac{1}{2}$ ℳ, zusammen **$875\frac{1}{2}$** ℳ. Soviel kostet das **Schieferdach**:

(Kostet das **Ziegeldach** 3 ℳ pro qm, so kostet es im ganzen 206 mal 3 ℳ oder **618** ℳ).

6. Ein Landwirt wendet Kainit mit 13% Kaligehalt zur Herbstdüngung auf einer moosigen Wiese an, welche ein Dreieck von 120 m Basis und 150 m Höhe darstellt. Wenn er hiebei auf das Hektar 9 Zentner à 2 ℳ 25 ₰ gebraucht, was kostet der zur Düngung verwendete Kainit und wie hoch kommt per Kilogramm das im Kainit angewendete Kali?

Aufl.: Bei 120 m Basis und 150 m Höhe hat die dreieckige Wiese einen Flächeninhalt von 60 mal $1\frac{1}{2}$ Hundert = 90 Hundert qm oder 90 a. Braucht man für 1 ha oder für 100 a 9 Zentner Kainit, dann braucht man auf 90 a $\frac{9}{10}$ mal 9 Zentner = $\frac{81}{10}$ oder 8,1 Zentner. Kostet der Zentner 2 ℳ 25 ₰, dann kosten 8 Zentner 18 ℳ und $\frac{1}{10}$ Zentner kostet 22,5 ₰, also zusammen **18** ℳ **$22\frac{1}{2}$** ₰. Soviel kostet der zur Düngung der Wiese verwendete Kainit.

Kostet der Kainit per Zentner oder 50 kg 2 ℳ 25 ₰, also per Doppelzentner oder 100 kg 4 ℳ 50 ₰ und hat er 13% Kaligehalt, dann sind in 100 kg 13 kg Kali enthalten. Zahlt man dafür 4 ℳ 50 ₰, dann kostet per kg das Kali den 13. Teil von 4 ℳ 50 ₰. $\frac{450}{13} = 34\frac{8}{13}$. Also kostet das Pfund Kali **$34\frac{8}{13}$** ₰ oder abgerundet **35** ₰.

7. Auf einem Torfgrunde wird der Torf ausgestochen. Die für einen Tag abgesteckte Fläche stellt ein Dreieck von 84 qm Inhalt und 14 m Grundlinie dar. Welches ist die Höhe dieses Dreiecks und wie viele Torfstücke können ausgestochen werden, wenn jedes 6 cm lang und 5 cm breit sein soll?

Aufl.: Beträgt der Inhalt des dreieckigen Torfgrundes 84 qm bei einer 14 m langen Grundlinie, dann beträgt die Höhe $\frac{84}{7}$ oder **12** m. Soll jedes Torfstück eine Länge von 6 cm

und eine Breite von 5 cm erhalten, dann wird für jedes eine Fläche von 6 mal 5 oder 30 qcm ausgehoben. Es können dann soviele Torfstück ausgestochen werden, so oft 30 qcm in 84 qm enthalten sind. 30 qcm sind in 84 qcm $2\frac{4}{5}$ mal enthalten und in 84 qm 10000 mal so oft = 10000 mal $2\frac{4}{5}$ = 20000 und 8000, also zusammen 28000. Es können demnach **28000** Stücke von jener Fläche ausgehoben werden.

8*. Drei Dreiecke verhalten sich in Hinsicht auf ihre Flächen wie 18 zu 27 zu 45. Wenn nun die Höhe derselben gleich ist und 6 dm beträgt und das größte Dreieck $22\frac{1}{2}$ qdm enthält, wie groß sind dann die übrigen Dreiecke und welches ist die Länge der Grundlinien?

Aufl.: Hat das größte Dreieck $22\frac{1}{2}$ oder $\frac{45}{2}$ qdm, dann hat bei dem gegebenen Verhältnisse von 18 zu 27 zu 45 oder von 2 zu 3 zu 5 das kleinste Dreieck $\frac{2}{5}$ und das mittlere $\frac{3}{5}$ davon. Der 5. Teil von $\frac{45}{2}$ ist $\frac{9}{2}$. Also hat das kleinste Dreieck 2 mal $\frac{9}{2}$ oder **9** qdm und das mittlere hat 3 mal $\frac{9}{2}$ oder **13½** qdm.

(Oder: Bei dem Verhältnisse von 18 zu 27 zu 45 hat, wenn das größere Dreieck $\frac{45}{2}$ qdm hat, das mittlere $\frac{27}{2}$ oder **13½** qdm und das kleinere $\frac{18}{2}$ oder **9** qdm).

Hat das kleinste Dreieck 9 qdm bei einer Höhe von 6 dm, so ist die Grundlinie $\frac{9}{3}$ oder **3** dm groß. Das mittlere Dreieck von gleicher Höhe hat eine Basis von 13,5 Drittel = **4,5** dm und das größte Dreieck von der nämlichen Höhe hat eine Grundlinie von 22,5 Drittel = **7,5** dm.

9. Ein dreieckiges Stück eines Marktplatzes soll gepflastert werden. Welches ist die Höhe dieses Dreiecks, wenn es bei einer Basis von 8 m 44 qm Inhalt hat und was kostet der Arbeitslohn per Quadratmeter, wenn der betreffende Maurer 26 ℳ 40 ₰ ausbezahlt erhält?

Aufl.: Beträgt die Basis des Dreiecks 8 m und hat es 44 qm Inhalt, dann ist die Höhe desselben gleich dem Doppelten des 8. Teils von 44 oder gleich dem 4. von 44, also **11** m. Wird für das Pflastern 26 ℳ 40 ₰ bezahlt, so kostet 1 qm den 44. Teil von 26 ℳ 40 ₰. Der 44. Teil von 22 ℳ ist 50 ₰ und von 4 ℳ 40 ₰ ist 10 ₰. Demnach kostet der Arbeitslohn per qm **60** ₰.

10. Der äußerste Teil eines Waldes hat die Form eines Dreiecks und soll zu einem Felde von $\frac{1}{5}$ ha Inhalt umgewandelt werden. Wenn die Basis dieses Dreiecks 50 m beträgt, wie hoch ist dann dasselbe?

Aufl.: Das dreieckige Waldstück hat $\frac{1}{5}$ ha oder den 5. Teil von 100 a. Das sind 20 a oder 2000 qm. Beträgt die

Basis 50 m, dann ist die Höhe gleich dem Inhalte geteilt durch die Hälfte der Basis, also gleich $\frac{200}{25}$. Das ist 20 mal 4 oder 80. Demnach hat das Dreieck **80** m Höhe.

11. Das pyramidenförmige Dach eines achteckigen Turmes soll mit Schiefer gedeckt werden. Die Basis eines jeden Dreiecks des Daches hat $2\frac{1}{2}$ m und die Höhe 7 m. Was kostet die Bedeckung, wenn die Herstellungskosten per Quadratmeter sich auf 4 ℳ 20 ₰ belaufen?

Aufl.: Das Dach besteht aus 8 gleichen Dreiecken von je $2\frac{1}{2}$ m Basis und 7 m Höhe. Der Flächeninhalt eines jeden Dreiecks beträgt demnach $\frac{5}{2}$ mal $\frac{7}{2} = \frac{35}{4}$ oder $8\frac{3}{4}$ qm. Kostet das Quadratmeter 4 ℳ 20 ₰, dann kosten 8 qm 8 mal 4 ℳ 20 ₰ oder 33 ℳ 60 ₰ und $\frac{3}{4}$ qm kosten 3 mal 1 ℳ 5 ₰ oder 3 ℳ 15 ₰. 33 ℳ 60 ₰ und 3 ℳ 15 ₰ sind $36\frac{3}{4}$ ℳ. Bei 8 Dreiecken zahlt man dann 8 mal $36\frac{3}{4}$ ℳ oder **294** ℳ.

12. Ein dreieckiger Weideplatz hat zur Grundlinie 54 m und eine Höhenlinie von 48 m. Es grenzt eine Wiese in Form eines Quadrates von gleichem Inhalte an. Wie lang ist die Seite dieser Wiese?

Aufl.: Hat der Weideplatz zur Grundlinie 54 m und eine Höhenlinie von 48 m, dann ist der Inhalt dieser Weide gleich 27 mal 48 = 27 halbe Hundert weniger 54 oder 1350 weniger 54 = 1296 qm. Ebensogroß ist das angrenzende Quadrat. Eine Seite davon ist dann gleich der Wurzel aus 1296. Das ist 36. Also hat diese Wiese **36** m in der Länge und **36** m in der Breite.

13*. Ein Dreieck wird durch eine 9 dm lange Höhenlinie in zwei rechtwinklige Dreiecke geteilt, deren Flächeninhalt sich wie 3 zu 5 verhält. Welches ist die Basis eines jeden dieser Dreiecke, wenn der Inhalt des kleineren $76\frac{1}{2}$ qdm beträgt und welches ist der Inhalt des ersten Dreiecks?

Aufl.: Ist die Höhe des einen Dreiecks 9 dm und hat es $76\frac{1}{2}$ qdm Inhalt, dann ist die Basis desselben gleich dem $\frac{9}{2}$. Teile von $76\frac{1}{2}$ oder 2 mal dem 9. Teile von $76\frac{1}{2}$. Der 9. Teil davon beträgt $8\frac{1}{2}$ und das Doppelte hievon ist 17. Die Basis des ersten Dreiecks hat also **17** dm.

Der Inhalt des ersten Dreiecks verhält sich zu dem des zweiten wie 3 zu 5. Also hat das zweite Dreieck $\frac{5}{3}$ mal $76\frac{1}{2}$ qdm. Der 3. Teil von $76\frac{1}{2}$ ist $25\frac{1}{2}$ und 5 mal $25\frac{1}{2}$ ist $127\frac{1}{2}$. Das zweite Dreieck hat demnach $127\frac{1}{2}$ qdm. Die Basis dieses Dreiecks ist gleich $\frac{2}{9}$ mal $127\frac{1}{2}$ qdm. Der 9. Teil davon ist $14\frac{1}{6}$ und 2 mal $14\frac{1}{6}$ ist $28\frac{1}{3}$. Also hat die Basis des zweiten Dreiecks **$28\frac{1}{3}$** dm.

Das ganze oder erste Dreieck hat dann zur Basis die Summe der Grundlinien der beiden rechtwinkligen Dreiecke, also 17 dm und $28\frac{1}{3}$ dm = **$45\frac{1}{3}$** dm. Ferner hat es als Inhalt $76\frac{1}{2}$ qdm und $127\frac{1}{2}$ qdm = **204** qdm.

14. Ein Bienenzüchter setzt Wurzeln von einjährigen Fenchelpflanzen auf einen Acker, welcher die Form eines Dreiecks von $12\frac{1}{2}$ m Basis und 14 m Höhe hat. Wie viele Wurzeln braucht er hiezu, wenn er für jede 35 qdm rechnet?

Aufl.: Hat der dreieckige Acker $12\frac{1}{2}$ m Basis und 14 m Höhe, so hat er einen Inhalt von 7 mal $12\frac{1}{2}$ oder von $87\frac{1}{2}$ qm. Das sind 8750 qdm. Da auf eine Pflanze 35 qdm gerechnet werden, so braucht man so oft eine Fenchelpflanzenwurzel, als 35 in 8750 enthalten ist. Es ist 250 mal darin enthalten. Demnach sind **250 Wurzeln** nothwendig.

C. Trapez und Trapezoid.

Bemerkung: Der Inhalt eines Trapezes ist gleich dem Produkte aus der Höhe und dem arithmetischen Mittel aus den beiden Parallelseiten. Bei einem Trapezoide findet man den Inhalt, wenn man dasselbe durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt und deren Inhalt summirt.

1. Ein Garten hat die Form eines Trapezes, von dem die Höhe 50 m und die beiden Parallelseiten 70 m und 60 m betragen. Welchen Wert hat der Garten, wenn für das Ar 40 Mark bezahlt werden?

Aufl.: Haben die beiden Parallelseiten 70 m und 60 m oder 130 m zusammen, dann hat der Garten 50 mal $\frac{130}{2}$ oder 65 halbe Hundert = $32\frac{1}{2}$ Hundert oder 3250 qm. Das sind $32\frac{1}{2}$ a. Kostet das a 40 *M*, so kostet der Garten $32\frac{1}{2}$ mal 40 *M* = **1300** *M*.

2 Ein Brett ist 3,9 m lang und an dem einen Ende 4 dm und am anderen 4,4 dm breit. Was kostet es, wenn das Quadratmeter 1 *M* kostet?

Aufl.: Das Brett hat zweierlei Breitseiten, stellt also ein Trapez dar. Die mittlere Breite beträgt die Hälfte von 4 dm und 4,4 dm; das ist 4,2 dm. Bei einer Länge von 3,9 m oder 39 dm hat die Oberfläche des Brettes 39 mal 4,2 = (40—1) mal 4,2 = 168— 4,2 oder 163,8 qdm. Das sind 1 qm und 63,8 qdm. Diese kosten, wenn 1 qm 1 *M* wert ist, **1** *M* **63,8** *₰* (1,64 *M*.).

3. Ein kreisrunder Rasenplatz von $17\frac{1}{2}$ m Durchmesser ist von einem Sandwege umgeben, welcher $1\frac{3}{4}$ m breit ist. Welches ist der Quadratinhalt dieses Weges, wenn derselbe als Trapez berechnet wird?

Aufl.: Betrachtet man den Weg als Trapez, dann ist die kleinere Parallelseite gleich dem Umfange des Rasens und die größere Parallelseite gleich dem Umfange des Weges. Der

Umfang des Rasens ist bei $17\frac{1}{2}$ m Durchmesser gleich $\frac{22}{7}$ mal $\frac{35}{2}$ oder 11 mal 5 = 55 m. Der Umfang des Weges ist, da beim Gesamtdurchmesser seine Breite zweimal gerechnet werden muß, gleich $\frac{22}{7}$ mal 21 oder 22 mal 3 = 66 m. Das arithmetische Mittel aus 55 und 66 ist $\frac{121}{2}$ oder $60\frac{1}{2}$.

Da die Breite des Weges $1\frac{3}{4}$ m oder $\frac{7}{4}$ m und seine mittlere Länge $\frac{121}{2}$ m beträgt, so ist der trapezförmige Weg gleich $\frac{7}{4}$ mal $\frac{121}{2}$ oder $\frac{847}{8}$ = **$105\frac{7}{8}$** qm.

4. Von den beiden an der kleineren Parallelseite eines Trapezes liegenden Winkeln hat der eine 95° 25′, der andere 127° 45′. Wie groß ist jeder der übrigen Viereckswinkel?

Aufl.: Hat der eine Winkel 95° 25′, dann hat der dazu gehörige Gegenwinkel oder Winkel an der größeren Parallelseite 180° weniger 95° 25′ = **84° 35′**. Wenn der zweite Winkel an der kürzeren Seite 127° 45′ hat, dann hat sein Gegenwinkel 180° weniger 127° 45′ = **52° 15′**.

5. Bei einem trapezoidischen Wiesenplatze beträgt eine Diagonale $16\frac{1}{2}$ m. Die Höhe des einen durch die Diagonale erhaltenen Dreiecks beträgt 7 m, die des anderen 6 m. Welchen Inhalt hat der Wiesenplatz?

Aufl.: Das eine Dreieck mit $16\frac{1}{2}$ m Basis und 7 m Höhe hat $\frac{33}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $\frac{231}{4}$ = **$57\frac{3}{4}$** qm. Das andere Dreieck mit der gleichen Basis und 6 m Höhe hat $\frac{33}{2}$ mal 3 oder $\frac{99}{2}$ = **$49\frac{1}{2}$** qm. Der Inhalt des Wiesenplatzes beträgt daher $57\frac{3}{4}$ qm und $49\frac{1}{2}$ qm oder **$107\frac{1}{4}$** qm.

6*. Eine trapezförmige Bretterwand soll eichenartig maseriert werden. Die Parallelseiten derselben verhalten sich wie 21 zu 34 und ihre Höhe beträgt 3 m. Wie groß sind die beiden Parallelseiten, wenn man per Quadratmeter 80 ₰ and im ganzen 12 ℳ bezahlt?

Aufl.: Zahlt man für 1 qm 80 ₰ und im ganzen 12 ℳ, dann hat die Wand so viele qm, so oft 80 ₰ in 12 ℳ enthalten sind. 80 ₰ sind $\frac{4}{5}$ ℳ. 4 steckt in 12 3 mal und $\frac{4}{5}$ ist darin 5 mal 3 oder 15 mal enthalten. Das Trapez hat also 15 qm.

Hat dasselbe eine Höhe von 3 m, dann beträgt die Mittelzahl aus den beiden Parallelseiten $\frac{15}{3}$ oder 5 m. Verhalten sich die Parallelseiten wie 21 zu 34, dann sind 5 m gleich $\frac{21}{2}$ und $\frac{34}{2}$ oder $\frac{55}{2}$ Teile. $\frac{1}{2}$ Teil ist dann $\frac{5}{55}$ m oder $\frac{1}{11}$ m und 1 Teil ist $\frac{2}{11}$ m. Die kleinere Parallelseite hat dann 21 mal $\frac{2}{11}$ m = $\frac{42}{11}$ oder **$3\frac{9}{11}$** m und die größere Parallelseite hat 34 mal $\frac{2}{11}$ m = $\frac{68}{11}$ oder **$6\frac{2}{11}$** m.

7. Eine Seite eines Ziegeldaches stellt ein Trapez dar von 18 m und 16,5 m langen Parallelseiten und 6 m Höhe. Wenn die Herstellungskosten dieses Daches sich auf $310\frac{1}{2}$ ℳ belaufen, wie hoch kommt dann hievon ein Quadratmeter?

Aufl.: Sind die Parallelseiten 18 m und 16,5 m lang, so ist das arithmetische Mittel daraus $17\frac{1}{4}$ m. Bei einer Höhe von 6 m ergibt sich ein Flächeninhalt von 6 mal $17\frac{1}{4} = 103\frac{1}{2}$ qm. Kosten diese $103\frac{1}{2}$ qm $310\frac{1}{2}$ ℳ, so kommt 1 qm auf den $103\frac{1}{2}$. Teil hievon zu stehen und das ist 3. Also kostet 1 qm **3** ℳ.

8. Ein Feld hat die Form eines Trapezoids. Eine 125 m lange Diagonale teilt dasselbe in zwei Dreiecke von 40 m und 50 m Höhe. Wie viele Kartoffeln erntet man von diesem Felde, wenn das Hektar 450 Zentner trägt?

Aufl.: Teilt die 125 m lange Diagonale das Feld in zwei Dreiecke von je 40 m und 50 m Höhe, dann haben dieselben 20 mal und 25 mal oder 45 mal 125 qm Flächeninhalt. Das gibt 5000 und 625 oder 5625 qm oder $56\frac{1}{4}$ a. Erntet man vom ha 450 Ztr., so gibt 1 a $4\frac{1}{2}$ Ztr. und $56\frac{1}{4}$ a geben dann $56\frac{1}{4}$ mal $4\frac{1}{2}$ Ztr. $56\frac{1}{4}$ mal $4 = 225$ und $56\frac{1}{4}$ mal $\frac{1}{2} = 28\frac{1}{8}$. Die Ernte beträgt also 225 Ztr. und $28\frac{1}{8}$ Ztr. oder **$253\frac{1}{8}$** Ztr.

9. Die lichte Fläche eines eingerahmten Bildes, deren Länge zur Breite sich wie 34 zu 21 verhält, ist $8\frac{1}{2}$ dm lang. Der Rahmen ist 1 dm (7cm) breit und aus vier trapezförmigen Stücken zusammengesetzt. Welche Fläche hat jedes Rahmenstück und wie groß ist der ganze Rahmen?

Aufl.: Hat das Bild $8\frac{1}{2}$ dm in der Länge, dann ist es bei dem gegebenen Verhältnisse $\frac{21}{34}$ mal $8\frac{1}{2}$ oder $\frac{21}{34}$ mal $\frac{17}{2} = \frac{21}{4}$ oder $5\frac{1}{4}$ dm breit.

Die kleine Parallelseite eines längeren trapezförmigen Stückes des 1 dm breiten Rahmens hat $8\frac{1}{2}$ dm Länge, während die größere Parallelseite 2 mal 1 dm länger ist, also $10\frac{1}{2}$ dm Länge hat. Die Mittelzahl aus den beiden Parallelseiten ist die Hälfte von 19 dm oder $9\frac{1}{2}$ dm. Der Inhalt eines solchen größeren Rahmenstückes beträgt demnach 1 mal $9\frac{1}{2}$ oder **$9\frac{1}{2}$** qdm. Ebensogroß ist der Inhalt des zweiten Längenstückes.

Die eine Parallelseite eines der beiden kleineren Trapeze hat $5\frac{1}{4}$ dm Länge und die größere Seite hat 2 dm mehr, also $7\frac{1}{4}$ dm. Die Mittelzahl der beiden Seiten ist die Hälfte von $12\frac{1}{2}$ dm, also $6\frac{1}{4}$ dm. Der Inhalt eines jeden der beiden Breitenstücke ist daher 1 mal $6\frac{1}{4}$ qdm oder **$6\frac{1}{4}$** qdm.

Der ganze Rahmen hat demnach 2 mal $9\frac{1}{2}$ qdm und 2 mal $6\frac{1}{4}$ qdm oder 19 qdm und $12\frac{1}{2}$ qdm, also zusammen **$31\frac{1}{2}$** qdm.

(Bei einer Rahmenbreite von 7 cm hat die längere Parallelseite eines der größeren Trapeze 2 mal 7 cm oder 14 cm mehr als die kürzere Seite. Ist die erstere $8\frac{1}{2}$ dm lang, dann ist die andere 9,9 dm lang.

Das arithmetische Mittel aus diesen beiden Seiten ist die Hälfte aus 18,4 dm. Das ist 9,2 dm oder 92 cm. Der In-

halt eines längeren Trapezes beträgt demnach 7 mal 92 oder **644** qcm. Das zweite größere Trapez hat ebenfalls **644** qcm.

Die eine Seite eines der kleineren Trapeze hat $5\frac{1}{4}$ dm oder $52\frac{1}{2}$ cm und die größere Parallelseite hat 14 cm mehr, also $66\frac{1}{2}$ cm. Das arithmetische Mittel aus den beiden Seiten ist die Hälfte von $52\frac{1}{2}$ cm und $66\frac{1}{2}$ cm oder von 119 cm. Das ist $59\frac{1}{2}$ cm. Der Inhalt eines jeden der beiden kleineren Trapeze ist daher 7 mal $59\frac{1}{2}$ oder **$416\frac{1}{2}$** qcm.

Demnach hat der ganze Rahmen 2 mal 644 qcm und 2 mal $416\frac{1}{2}$ qcm. Das ist 1288 qcm und 833 qcm oder zusammen **2121** qcm = **21** qdm **21** qcm).

10. In ein Dreieck von 18 cm Basis und 24 cm Höhe soll ein zweites Dreieck von gleicher Grundlinie und 5 cm Höhe so gezeichnet werden, daß dadurch neben dem zweiten Dreiecke ein Trapezoid mit einspringendem Winkel entsteht. Wie groß ist dieses?

Aufl.: Das erste Dreieck von 18 cm Basis und 24 cm Höhe hat 12 mal 18 oder 216 qcm Inhalt. Das kleinere Dreieck von 18 cm Basis und 5 cm Höhe hat 5 mal 9 oder 45 qcm Inhalt. Demnach bleibt für das Trapezoid mit einspringendem Winkel noch ein Quadratinhalt von 216 qcm weniger 45 qcm oder von **171** qcm übrig.

11. Von 12 kg Championssaatkartoffeln erntet jemand 420 kg (von ebensoviel „Schneeflocken" — snow — flakes — betrug die Ernte nur 84 kg). Wie viele Kartoffeln braucht man demnach zur Aussaat auf ein Feld in Form eines Trapezes von 90 m und 80 m langen Parallelseiten und 50 m Breite, wenn das Hektar 455 Zentner ($213\frac{1}{2}$ Ztr.) Ernte bringt?

Aufl.: Haben die Parallelseiten 90 m und 80 m, dann ist das arithmetische Mittel daraus 85 m und das Feld hat 85 mal 50 oder 85 halbe Hundert = 4250 qm oder $42\frac{1}{2}$ a.

Geben 12 kg Saatkartoffeln eine Ernte von 420 kg, dann beträgt dieselbe das $\frac{420}{12}$ oder 35fache der Aussaat. 455 Ztr. Ernte setzen daher $\frac{1}{35}$ mal 455 Ztr. der Aussaat voraus. Der 35. Teil von 455 Ztr. ist 13 Ztr. Also waren unter den gegebenen Bedingungen 13 Ztr. Saatkartoffeln auf 1 ha nötig. Auf 1 a braucht man dann 13 ℔ und auf $42\frac{1}{2}$ a braucht man 40 mal 13 oder 520 ℔ und $2\frac{1}{2}$ mal 13 oder $32\frac{1}{2}$ ℔, im ganzen also 55 $2\frac{1}{2}$ ℔ oder **5** Ztr. **$52\frac{1}{2}$** ℔.

(Bei 12 kg Aussaat und 84 kg Ernte beträgt diese das $\frac{84}{12}$ oder 7=fache der Aussaat. Bei $213\frac{1}{2}$ Ztr. Ernte ist die Aussaat der 7. Teil davon; das ist $30\frac{1}{2}$ Ztr. Also braucht man bei der „Schneeflocke" $30\frac{1}{2}$ Ztr. Aussaat für das ha. Auf 1 a braucht man dann $30\frac{1}{2}$ ℔ und auf $42\frac{1}{2}$ a 40 mal $30\frac{1}{2}$ oder 1220 ℔ und $2\frac{1}{2}$ mal $30\frac{1}{2}$ ℔ oder $76\frac{1}{4}$ ℔, im ganzen demnach $1296\frac{1}{4}$ ℔ oder **12** Ztr. **$96\frac{1}{4}$** ℔.

12. Jemand will eine trapezoidische Wiesenfläche, welche von

einem Bache in der Länge von 40 m durchflossen wird, mit Korbweidenstecklingen, das Tausend zu 3 ℳ 50 ₰ (2,50 ℳ) bepflanzen. Wie teuer kommt diese Weidenanlage, wenn die Fläche durch den Bach in zwei Dreiecke von 15 m und 20 m Höhe geteilt wird und auf 1 a 20 Reihen mit je 60 Stecklingen gerechnet werden?

Aufl.: Der Bach von 40 m Länge teilt die Wiese in zwei Dreiecke von 15 m und 20 m Höhe. Demnach beträgt ihr Flächeninhalt 20 mal 15 und 20 mal 20 oder 300 und 400, zusammen 700 qm oder 7 a. Kommen auf 1 a 20 Reihen mit je 60 Stecklingen, so sind 20 mal 60 oder 1200 Stecklinge auf 1 a und auf 7 a 7 mal 1200 oder 8400 Stecklinge erforderlich. Kostet das Tausend 3 ℳ 50 ₰, so kosten 8400 Stecklinge $8\frac{2}{5}$ mal $3\frac{1}{2}$ ℳ oder 28 ℳ und $\frac{2}{5}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $1\frac{2}{5}$ ℳ, also zusammen **29 ℳ 40 ₰**.

(Kostet das Tausend Stecklinge 2 ℳ 50 ₰ oder $2\frac{1}{2}$ ℳ, dann kosten 8400 Stecklinge oder $8\frac{2}{5}$ Tausend $\frac{42}{5}$ mal $\frac{5}{2}$ oder **21** ℳ).

13. Bei einer Korbweidenanlage erntet man per Hektar 300 Zentner (200 Ztr.) ungeschälte Flechtware, der Ztr. zu 6 ℳ (5 ℳ) gerechnet. Welches ist der durchschnittliche Ertrag einer solchen Anlage vom zweiten Jahre an, wenn dieselbe die Form eines Trapezes von 14 m Höhe und $57\frac{1}{2}$ m und $42\frac{1}{2}$ m langen Parallelseiten hat?

Aufl.: Hat eine Anlage $57\frac{1}{2}$ m und $42\frac{1}{2}$ m lange Parallelseiten, so ist die durchschnittliche Länge die Hälfte von $42\frac{1}{2}$ und $57\frac{1}{2}$ oder von 100 m, also 50 m. Bei einer Höhe von 14 m hat diese Fläche einen Inhalt von 14 mal 50 oder 700 qm = 7 a.

Gibt 1 ha 300 Ztr. Flechtware, so gibt 1 a 3 Ztr. im Werte von 3 mal 6 ℳ oder 18 ℳ. 7 a geben dann einen jährlichen Durchschnittsertrag von 7 mal 18 ℳ = **126** ℳ.

(Bei 200 Ztr. Flechtware vom ha kommen auf 1 a 2 Ztr. im Werte von 2 mal 5 ℳ oder 10 ℳ. 7 a geben dann einen Ertrag voa 7 mal 10 ℳ oder **70** ℳ).

14. Bei einer Stiege soll eine Bretterverschalung angebracht werden. Diese soll unten eine Ausdehnung von 4 m, oben von $1\frac{1}{2}$ m und eine Höhe von 2,8 m erhalten. Wie teuer kommt das Quadratmeter der Verschalung, wenn im ganzen 23 ℳ 10 ₰ bezahlt werden müssen?

Aufl.: Die Oberfläche der Verschalung stellt ein Trapez dar mit zwei 4 m und $1\frac{1}{2}$ m langen Parallelseiten. Das arithmetische Mittel daraus ist die Hälfte von $5\frac{1}{2}$ m, also $\frac{11}{4}$ m. Beträgt die Höhe 2,8 oder $\frac{14}{5}$ m, dann hat die Verschalung eine Fläche von $\frac{11}{4}$ mal $\frac{14}{5}$ = $\frac{11}{2}$ mal $\frac{7}{5}$ = $\frac{77}{10}$ oder 7,7 qm. Kosten diese 23 ℳ 10 ₰, dann kostet 1 qm den 7,7ten Teil von 23,1 ℳ, also **3** ℳ.

15. Ein Trapez hat $10\frac{1}{2}$ cm und $13\frac{3}{4}$ cm lange Parallelseiten. Wie groß ist die Mittenlinie desselben?

Aufl.: Die Mittenlinie eines Trapezes ist gleich der Hälfte der parallelen Seiten. Die gegebenen Seiten haben $10\frac{1}{2}$ cm und $13\frac{3}{4}$ cm oder zusammen $24\frac{1}{4}$ cm. Die Hälfte davon ist $12\frac{1}{8}$ cm. Demnach beträgt die Mittenlinie dieses Trapezes **$12\frac{1}{8}$** cm.

16. Die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 4 dm, die Höhe 6 dm. Durch eine 2 dm von der Spitze entfernte, zur Basis parallele Linie wird dieses Dreieck in zwei ungleiche Teile zerlegt. Welches ist der Inhalt des an der Basis gelegenen Stücks?

Aufl.: Durch die zur Basis parallel gezogene Linie zerfällt das Dreieck in ein kleineres ähnliches Dreieck an der Spitze und ein Trapez an der Grundlinie. Zu suchen ist der Inhalt dieses Trapezes, von welchem zuerst die Länge der zur Basis parallelen Seite zu bestimmen ist.

Die gegebene Höhenlinie von 6 dm teilt dieses gleichschenklige Dreieck in zwei größere und zwei kleinere rechtwinklige Dreiecke, welche einander ähnlich sind. Daher verhält sich die zu bestimmende Basis eines kleineren Dreiecks zu der $\frac{4}{2}$ oder 2 dm langen Basis eines größeren rechtwinkeligen Dreiecks wie die 2 dm lange kleinere Höhenlinie zu der 6 dm langen größeren Höhenlinie. Die 6 fache Länge der zu suchenden Basis ist demnach gleich 2 mal 2 dm oder 4 dm und die einfache Länge beträgt dann $\frac{4}{6}$ oder $\frac{2}{3}$ dm. Die betreffende Parallellinie hat das Doppelte hievon, also ist sie $\frac{4}{3}$ dm oder $1\frac{1}{3}$ dm lang.

Das zu bestimmende Trapez hat folglich zwei Parallelseiten von 4 dm und $1\frac{1}{3}$ dm Länge. Das arithmetische Mittel aus diesen beiden Längen ist die Hälfte von $5\frac{1}{3}$ dm, also $2\frac{2}{3}$ dm. Die Höhe des Trapezes beträgt 6 dm weniger 2 dm, demnach 4 dm. Daher ist der Inhalt gleich 4 mal $2\frac{2}{3}$ oder **$10\frac{2}{3}$** qdm.

17. Ein aufgedecktes römisches Forum (Markt) hat 70 m Länge und 37 m Breite. Wenn die Dicke der diesen oblongen Platz einschließenden Mauern $2\frac{1}{2}$ römische Fuß à 30 cm beträgt, welche Fläche bedecken dann diese Mauern?

Aufl.: Die Mauern bedecken vier Flächen in Form von Trapezen, wovon immer zwei gleich groß und parallel laufen. Von den zwei größeren Trapezen hat eine Längenseite 70 m und die Parallelseite dazu 70 m und 2 mal $2\frac{1}{2}$ mal 30 cm oder 70 und $1\frac{1}{2}$, also $71\frac{1}{2}$ m. Das arithmetische Mittel aus diesen beiden Seiten ist die Hälfte von 70 und $71\frac{1}{2}$, also 35 und $35\frac{3}{4}$ oder $70\frac{3}{4}$ m. Die Dicke der Mauern beträgt $2\frac{1}{2}$ mal 30 cm = 75 cm oder $\frac{3}{4}$ m. Das eine Längstrapez hat demnach $\frac{3}{4}$ mal $70\frac{3}{4}$ qm und die beiden längeren Trapeze haben

dann $\frac{3}{2}$ mal $70\frac{3}{4}$ qm. $\frac{1}{2}$ mal soviel ist $35\frac{3}{8}$ qm und $\frac{3}{2}$ mal soviel ist $106\frac{1}{8}$ qm.

Von den beiden kürzeren Trapezen haben die Parallelseiten je 37 m und je $38\frac{1}{2}$ m Länge. Die Mittelzahl aus diesen Längen ist $37\frac{3}{4}$ m. Bei einer Mauerstärke von $\frac{3}{4}$ m bedecken diese beiden Trapeze eine Fläche von $\frac{3}{2}$ mal $37\frac{3}{4}$ qm. $\frac{1}{2}$ davon ist $18\frac{7}{8}$ qm und $\frac{3}{2}$ davon sind $56\frac{5}{8}$ qm.

$106\frac{1}{8}$ qm und $56\frac{5}{8}$ qm sind **$162\frac{3}{4}$** qm. So groß ist demnach die Fläche, auf welcher die Mauern des Forums stehen.

18. Ein schmales Feld ist 55 m lang und an den beiden Enden $7\frac{3}{4}$ m und $8\frac{1}{4}$ m breit. Dasselbe ist mit Fenchelpflanzen besetzt. Welchen Erlös erzielt man aus dem Samen derselben, wenn ein Hektar 45 Zentner liefert und der Zentner 30 ℳ kostet?

Aufl.: Das Feld ist 55 m lang und $7\frac{3}{4}$ m bis $8\frac{1}{4}$ m breit, stellt also ein Trapez dar, von welchem die mittlere Breite 8 m beträgt. Demnach hat das Feld einen Flächeninhalt von 8 mal 55 oder 440 qm $= 4\frac{2}{5}$ a. Gibt 1 ha 45 Ztr. Samen, so erhält man von 1 a 45 ℔ und von $4\frac{2}{5}$ a 180 ℔ und 18 ℔ oder zusammen 198 ℔. Kostet der Zentner 30 ℳ, also 1 ℔ 30 ₰, so kosten 198 ℔ 60 ℳ weniger 2 mal 30 ₰, also **59 ℳ 40 ₰**.

D. Rechtwinkliges Dreieck.

Anmerkung: Das Quadrat über der Hypotenuse oder Schrägseite (h) eines rechtwinkligen Dreiecks ist gleich der Summe der Quadrate über den beiden Katheten oder Normalseiten (a, b). In Zeichen: $h^2 = a^2 + b^2$; folglich $h = \sqrt{(a^2 + b^2)}$. Es ist dann auch $a^2 = h^2 - b^2$, also $a = \sqrt{(h^2 - b^2)}$. Ferner ist $b^2 = h^2 - a^2$, also auch $b = \sqrt{(h^2 - a^2)}$.

Schlüssel

zur Bildung folgender und ähnlicher Aufgaben über rationale Quadratwurzeln.

1. $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25; \sqrt{25} = 5;$
2. $5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9; \sqrt{9} = 3;$
3. $5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16; \sqrt{16} = 4;$
4. $8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100; \sqrt{100} = 10;$
5. $10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36; \sqrt{36} = 6;$
6. $10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64; \sqrt{64} = 8;$
7. $12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225; \sqrt{225} = 15;$
8. $15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81; \sqrt{81} = 9;$
9. $15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144; \sqrt{144} = 12;$
10. $16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400; \sqrt{400} = 20;$

11. $20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144;\ \sqrt{144} = 12;$
12. $20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256;\ \sqrt{256} = 16;$
13. $20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625;\ \sqrt{625} = 25;$
14. $25^2 - 20^2 = 625 - 400 = 225;\ \sqrt{225} = 15;$
15. $25^2 - 15^2 = 625 - 225 = 400;\ \sqrt{400} = 20;$
16. $24^2 + 18^2 = 576 + 324 = 900;\ \sqrt{900} = 30;$
17. $30^2 - 24^2 = 900 - 576 = 324;\ \sqrt{324} = 18;$
18. $30^2 - 18^2 = 900 - 324 = 576;\ \sqrt{576} = 24;$
19. $28^2 + 21^2 = 784 + 441 = 1225;\ \sqrt{1225} = 35;$
20. $35^2 - 28^2 = 1225 - 784 = 441;\ \sqrt{441} = 21;$
21. $35^2 - 21^2 = 1225 - 441 = 784;\ \sqrt{784} = 28;$
22. $32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600;\ \sqrt{1600} = 40;$
23. $40^2 - 32^2 = 1600 - 1024 = 576;\ \sqrt{576} = 24;$
24. $40^2 - 24^2 = 1600 - 576 = 1024;\ \sqrt{1024} = 32;$
25. $36^2 + 27^2 = 1296 + 729 = 2025;\ \sqrt{2025} = 45;$
26. $45^2 - 36^2 = 2025 - 1296 = 729;\ \sqrt{729} = 27;$
27. $45^2 - 27^2 = 2025 - 729 = 1296;\ \sqrt{1296} = 36;$
28. $40^2 + 30^2 = 1600 + 900 = 2500;\ \sqrt{2500} = 50;$
29. $50^2 - 40^2 = 2500 - 1600 = 900;\ \sqrt{900} = 30;$
30. $50^2 - 30^2 = 2500 - 900 = 1600;\ \sqrt{1600} = 40;$
31. $44^2 + 33^2 = 1936 + 1089 = 3025;\ \sqrt{3025} = 55;$
32. $55^2 - 44^2 = 3025 - 1936 = 1089;\ \sqrt{1089} = 33$ u. s. w.

Drei Zeilen dieser Zusammenstellung bilden immer eine Gruppe, welcher die Faktoren 4, 3 und 5 zu grunde liegen und zwar sind in der ersten Gruppe diese Faktoren einmal, in der zweiten zweimal, in der nächsten dreimal ꝛc. vorhanden. In der elften Gruppe (31. Zeile) ist daher das Produkt von 11×4 und 11×3 sowie von 11×5 angegeben.

1. Beim Anzünden einer Straßenlaterne lehnt man eine Leiter so an den Laternenpfahl, daß sie 1,5 m weit vom unteren Teile des Pfahles absteht. Sie berührt den Pfahl in einer Höhe von 2 m. Wie lang ist die Leiter?

Aufl.: Die Leiter stellt die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks dar, von welchem der Laternenpfahl die eine Kathete und der Abstand der Leiter vom unteren Teile des Pfahles die andere Kathete bildet. Das Quadrat der beiden Katheten ist nun gleich dem Quadrat der Hypotenuse. 1,5 oder $\frac{3}{2}$ im Quadrat ist $\frac{9}{4}$ und $\frac{4}{2}$ im Quadrate ist $\frac{16}{4}$. $\frac{9}{4}$ und $\frac{16}{4}$ sind zusammen $\frac{25}{4}$. Die Quadratwurzel aus $\frac{25}{4}$ ist $\frac{5}{2}$. Demnach hat die Leiter eine Länge von **$2\frac{1}{2}$** m.

2*. Bei einer schiefen Ebene verhält sich deren Länge zur Höhe wie 5 zu 3. Welches ist deren Basis?

Aufl.: Die Basis dieser schiefen Ebene stellt die Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks dar, von welchem die Höhe die andere Kathete und die Länge die Hypotenuse ist. Das Quadrat der Basis ist gleich dem Unterschiede im Quadrate der Hypotenuse und der anderen Kathete. Es ist also gleich 25 weniger 9 oder 16. Die Wurzel daraus ist 4. Also hat die Basis **4** solche Längseinheiten, wie die schiefe Ebene deren 5 hat.

3. Ueber der Schrägseite (Hypotenuse) eines rechtwinkligen Dreiecks soll ein Quadrat errichtet werden, welches 5 mal so groß ist als das 245 qcm haltende Quadrat über der kleineren Kathete. Wie lang muß diese Linie werden und wie groß ist die Fläche des Quadrats über der zweiten Kathete?

Aufl.: Hat das Quadrat über der kleineren Kathete 245 qcm und soll das neue Quadrat 5 mal so groß sein, so muß dieses 5 mal 245 qcm oder 1225 qcm haben. Die Wurzel aus 1225 ist 35. Also hat die Seite des neuen Quadrats oder die Schräglinie des gegebenen Dreiecks **35** cm. Das Quadrat über der anderen Kathete ist gleich dem Unterschiede von 1225 und 245 oder **980** qcm.

4. Die Drahtseilbahn auf den Leopoldsberg bei Wien erklimmt eine Höhe von 243 m. Ihre Steigung ist 1 zu 3. Welches ist die Länge dieser Bahn?

Aufl.: Ist die Steigung 1 zu 3, d. h. erhebt sich die Bahn bei 3 m Länge um 1 m, so ist die Bahnlänge 3 mal 243 m oder **729** m.

5. Ein Acker in Form eines Rechtecks von 53 m Länge und 30 m Breite wird von einer Eisenbahn so durchschnitten, daß davon noch zwei gleiche rechtwinklige Dreiecke von 40 m Grundlinie und von einer Höhe übrig bleiben, welche der Breite des Ackers gleich ist. Wie lang ist die Bahnlinie innerhalb des Ackers und um wieviel ist der Acker kleiner als vorher?

Aufl.: Bei jedem der beiden entstehenden Dreiecke stellt die Bahnlinie die Hypotenuse dar. Diese ist gleich der Wurzel aus den beiden Katheten, also aus 40 im Quadrat und 30 im Quadrat oder aus 1600 und 900. Die Quadratwurzel aus 2500 ist 50. Folglich hat die Bahnlinie innerhalb des Ackers **50** m Länge.

Da der Acker 53 m lang war und jedes Dreieck nur mehr eine Basis von 40 m hat, so wurde vom Acker ein Rechteck weggenommen, welches 13 m Grundlinie und die gleiche Höhe wie die Breite des ursprünglichen Ackers, also 30 m Höhe hat. 30 mal 13 = 390. Folglich ist das Feld um 390 qm oder um **3** a **90** qm kleiner als vorher.

(53 . 30 = 1590 qm = 15 a 90 qm; 40 . 30 = 1200 qm = 12 a; 15 a 90 qm — 12 a = **3** a **90** qm).

6. Das Pflaster eines Platzes stellt die Form eines gleichschenkligen Dreiecks mit 30 m Basis dar. Welches ist die Höhe dieses Dreiecks, wenn die beiden gleich langen Seiten je 25 m haben.

Aufl.: Fällt man von der Spitze dieses Dreiecks eine Senkrechte auf die Basis, so halbiert diese Höhenlinie die Basis und teilt das gleichschenklige Dreieck in zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke. Die Höhenlinie stellt dann eine Kathete dar, während die zweite die Hälfte von 30 m, also 15 m beträgt. Die Seite von 25 m ist die Hypotenuse eines jeden rechtwinkligen Dreiecks. Demnach ist die zu suchende Höhenlinie gleich der Wurzel aus 25 im Quadrat weniger 15 im Quadrat oder gleich der Wurzel aus 625 weniger 225 oder aus 400. Die Wurzel aus 400 ist 20. Demnach beträgt die Höhenlinie **20** m.

7*. Bei jedem gleichschenkligen Dreiecke mit einem Winkel von 36° an der Spitze verhält sich die Basis zur Seite wie 144 zu 233. Wenn die Basis eines solchen Dreiecks 18 cm lang ist und dasselbe durch eine Höhenlinie in zwei gleiche Teile zerlegt wird, wie groß ist dann die Hypotenuse und wie groß sind die einzelnen Winkel eines jeden durch die Theilung erhaltenen rechtwinkligen Dreiecks?

Aufl.: Die Hypotenuse eines jeden solchen Dreiecks ist gleich der Seite des gleichschenkligen Dreiecks. Diese hat bei dem gegebenen Verhältnisse von 144 zu 233 $\frac{233}{144}$ mal 18 oder $\frac{233}{8} = \mathbf{29\frac{1}{8}}$ cm.

Hat das erste Dreieck an der Spitze einen Winkel von 36°, so hat es an der Basis zwei gleiche Winkel von zusammen 180° weniger 36° oder 144°. Einer dieser Winkel hat dann 72°. Jedes der durch die Höhenlinie erhaltenen Dreiecke hat an der Basis den gleichen Winkel von **72°**, ferner einen Winkel von **90°** und an der Spitze einen solchen von $\frac{36}{2}$ oder **18°**.

8. Ein Acker hat die Form eines Oblongums von 21 m (36 m) und 28 m (27 m) Seitenlänge. Wie groß ist dessen Diagonale?

Aufl.: Die Diagonale theilt den Acker in zwei rechtwinklige Dreiecke und stellt die Schrägseite eines jeden derselben dar. Demnach betragen die beiden Normalseiten oder Katheten eines solchen Dreiecks 21 m und 28 m. Das Quadrat dieser beiden Zahlen ist gleich dem Quadrat der Schrägseite. 21 im Quadrat ist 441 und 28 im Quadrat ist 4 mal 28 mal 7 = 112 mal 7 oder 784. 441 und 784 ist 1225. Die Quadratwurzel aus 1225 ist 35. Die Diagonale beträgt daher **35** m.

($36^2 = 1296$; $27^2 = 729$. 1296 und 729 ist 2025. Die Quadratwurzel aus 2025 ist 45. Demnach beträgt die Länge der Diagonale **45** m.)

9. Bei einem Rechtecke beträgt die Länge 40 (28, 44, 12, 20) dm und die Diagonale 50 (35, 55, 15, 25) dm. Wie breit ist dieses Rechteck?

Aufl.: Die zu suchende Breite dieses Rechtecks ist die eine Normalseite eines rechtwinkligen Dreiecks, während die andere durch die gegebene Länge dargestellt wird. Die Diagonale ist davon die Schrägseite. Daher folgt:

40 im Quadrat ist 1600 und 50 im Quadrat ist 2500. 2500 weniger 1600 ist 900. Die Quadratwurzel aus 900 ist 30. Demnach ist das Rechteck **30** dm breit.

a. ($28^2 = 784$; $35^2 = 1225$; $1225 - 784 = 441$. $\sqrt{441} = 21$. Das zweite Rechteck ist **21** dm breit).

b. ($44^2 = 1936$; $55^2 = 3025$; $3025 - 1936 = 1089$. $\sqrt{1089} = 33$. Das dritte Rechteck ist **33** dm breit).

c. ($12^2 = 144$; $15^2 = 225$; $225 - 144 = 81$. $\sqrt{81} = 9$. Die Breite des vierten Rechtecks beträgt **9** dm).

d. ($20^2 = 400$; $25^2 = 625$; $625 - 400 = 225$. $\sqrt{225} = 15$. **15** dm ist die Breite des fünften Rechtecks).

10. Auf einem Bergrücken wird ein 20 (15) m hoher Baum entwurzelt und so an einen anderen hingelehnt, daß er auf dem Boden 12 (9) m von diesem absteht. In welcher Höhe berührt er den letzteren?

Aufl.: Die zu suchende Höhe ist die eine und der Abstand von 12 m die andere Normalseite eines rechtwinkligen Dreiecks, von dem die Baumlänge von 20 m die Schrägseite ist. 20 im Quadrat ist 400 und 12 im Quadrat ist 144. 400 weniger 144 ist 256. Die Wurzel daraus ist 16. Also wird der noch stehende Baum in der Höhe von **16** m von dem entwurzelten berührt.

($15^2 = 225$; $9^2 = 81$; $225 - 18 = 144$. $\sqrt{144} = 12$. Der Berührungspunkt ist **12** m über dem Boden).

11. Ein gleichschenkliges Dreieck hat 24 dm Grundlinie und 16 dm Höhe. Um dasselbe zeichnet man ein zweites gleichschenkliges Dreieck, welches 30 dm Basis und 20 dm Höhe hat. Welches ist der Umfang eines jeden Dreiecks?

Aufl.: Das erste Dreieck hat eine 24 dm große Grundlinie. Diese wird durch eine 16 dm lange Höhenlinie in zwei Hälften geteilt. Zugleich wird das Dreieck durch diese Linie in zwei rechtwinklige Dreiecke zerlegt, wovon die eine Kathete die 16 dm lange Höhenlinie und die andere die 12 dm lange halbe Grundlinie ist. Hievon wird die Hypotenuse gesucht. 16 im Quadrat ist 256 und 12 im Quadrat ist 144. 256 und 144 ist 400. Die Wurzel aus 400 ist 20. Also beträgt die Hy-

potenuse 20 dm. Der Umfang des ersten gleichschenkligen Dreiecks ist demnach 2 mal 20 dm oder 40 dm und 1 mal 24 dm oder zusammen **64** dm.

Bei dem zweiten Dreiecke ist die Basis 30 dm lang. Durch die 20 dm lange Höhenlinie wird sowohl die Basis wie das Dreieck halbiert. 20 im Quadrat ist 400 und 15 im Quadrat ist 225. 400 und 225 ist 625. Die Wurzel daraus ist 25. Also hat jede der beiden gleich langen Seiten des zweiten gleichschenkligen Dreiecks 25 dm. Sein Umfang ist daher bei einer 30 dm langen Basis gleich 30 und 25 und 25 oder **80** dm = **8** m.

12. Die Länge einer schiefen Ebene ist $4\frac{1}{2}$ m (30 m, 10 m), ihre Basis ist 3,6 m (24 m, 8 m). Welches ist ihre Höhe?

Aufl.: Die zu suchende Höhe ist die zweite Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, von dem die eine Kathete 3,6 m und die Hypotenuse $4\frac{1}{2}$ m beträgt. $4\frac{1}{2}$ m sind 45 dm, 3,6 m sind 36 dm. 45 im Quadrat ist 2025 und 36 im Quadrat ist 1296. 2025 weniger 1296 ist 729. Die Quadratwurzel aus 729 ist 27. Folglich ist die Höhe der schiefen Ebene **27** dm oder **2,7** m.

($30^2 = 900$; $24^2 = 576$; $900 - 576 = 324$. $\sqrt{324} = 18$. Die Höhe beträgt also **18** m.

$10^2 = 100$; $8^2 = 64$; $100 - 64 = 36$. $\sqrt{36} = 6$. Höhe ist **6** m.)

13. Die Diagonale eines Rechtecks beträgt 45 (60, 35, 40) cm. Die Breite desselben ist 27 (36, 21, 24) cm. Welches ist die Länge dieses Rechtecks?

Aufl.: Die zu suchende Länge des Rechtecks stellt die eine Kathete und die angegebene Breite die zweite Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks dar, während die gegebene Diagonale die Hypotenuse ist. Daher: 45 im Quadrat oder 2025 weniger 27 im Quadrat oder 729 ist 1296. Die Wurzel daraus ist 36. Demnach ist das Rechteck **36** cm lang.

a. ($60^2 = 3600$; $36^2 = 1296$. $3600 - 1296 = 2304$. $\sqrt{2304} = 48$. Die Länge des zweiten Rechtecks ist **48** cm.

b. $35^2 = 1225$; $21^2 = 441$; $1225 - 441 = 784$. $\sqrt{784} = 28$. Das dritte Rechteck ist **28** cm lang.

c. $40^2 = 1600$; $24^2 = 576$; $1600 - 576 = 1024$. $\sqrt{1024} = 32$. Die Länge des vierten Rechtecks beträgt **32** cm).

14. Eine Eisenbahn hat eine Steigung von 1 zu 55. Wie hoch erhebt sie sich auf einer Strecke von 3 km?

Aufl.: Ist die Steigung 1 zu 55, so erhebt sich die Bahn auf einer Strecke von 55 m um je 1 m. 55 m sind in 3 km

oder 3000 m so oft als 11 in 600 enthalten, nämlich $54\frac{6}{11}$ mal. Also ist die Höhe der Bahn nach 3 km gleich $54\frac{6}{11}$ oder **54,54** m.

15. Zwei quadratförmige Torfstiche grenzen aneinander. Der eine hat 1220 qm und der andere 859 qm Inhalt. Wenn man den Unterschied beider in die Form eines Quadrates bringt, wie groß ist dann die Seite desselben?

Aufl.: Denkt man sich die beiden Torfstiche so aneinander, daß der größere das Quadrat der Hypotenuse und der kleinere das Quadrat der einen Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks bildet, so ist die Differenz beider gleich dem Quadrate der anderen Kathete. Die Differenz zwischen 1220 qm und 859 qm beträgt 361 qm. Bilden diese 361 qm ein Quadrat, so ist die Seite davon gleich der Wurzel aus 361 und diese ist 19. Folglich hat die Seite des verlangten Quadrats **19** m.

16. Die Diagonale eines Rechtecks beträgt $2\frac{1}{2}$ m. Wie lang und breit kann es sein?

Aufl.: Die Diagonale stellt die Hypotenuse zweier gleicher rechtwinkliger Dreiecke dar, welche zusammen das Rechteck bilden. Also ist ihr Quadrat dem der beiden Katheten oder dem Quadrate der Länge und Breite des Rechtecks gleich. $2\frac{1}{2}$ im Quadrat = $\frac{5}{2}$ im Quadrat oder $\frac{25}{4}$. Die Summe der Quadrate der beiden Seiten ist ebensoviel. $\frac{25}{4}$ läßt sich in die beiden Quadrate $\frac{16}{4}$ und $\frac{9}{4}$ zerlegen. Die Wurzel aus diesen ist $\frac{4}{2}$ und $\frac{3}{2}$ oder 2 und $1\frac{1}{2}$. Das Rechteck ist also **2** m lang und $\mathbf{1\frac{1}{2}}$ m breit.

17. Eine Wiese wird durch einen in gerader Richtung fließenden Bach in zwei gleiche rechtwinklige Dreiecke von 32 m und 24 m langen Normalseiten geteilt. Dieselbe soll mit Kainit gedüngt werden, wovon der Zentner 2 ℳ kostet. Wie teuer kommt die Düngung, wenn auf das Ar 20 Pfund Kainit gerechnet werden und wie groß ist die Schrägseite eines jeden Dreiecks?

Aufl.: Sind die Normalseiten oder Katheten eines jeden Dreiecks 32 m und 24 m lang, dnnn hat jedes Dreieck 16 mal 24 oder 384 qm. Die Wiese hat demnach 2 mal 384 oder 768 qm = 7 a 68 qm. Braucht man auf 1 a 20 ℔ Kainit, so braucht man auf 7 a 7 mal 20 oder 140 und auf 68 qm brnucht man $\frac{68}{100}$ mal 20 ℔ = $\frac{68}{5}$ oder $13\frac{3}{5}$ ℔, im ganzen also $153\frac{3}{5}$ ℔. Kostet der Ztr. 2 ℳ, so kostet 1 ℔ 2 ₰ und $153\frac{3}{5}$ ℔ kosten dann $307\frac{1}{5}$ ₰ oder **3** ℳ $\mathbf{7\frac{1}{5}}$ ₰.

Haben die Normalseiten eines rechtwinkligen Dreiecks 32 m und 24 m, dann ist die Schrägseite oder Hypotenuse gleich der Wurzel aus der Summe der beiden Quadrate von 32 und 24. Das ist aus 32 mal 4 mal 8 oder 1024 und 24

mal 4 mal 6 oder 576, also aus 1600. Die Wurzel daraus ist 40. Demnach hat die Schrägseite eines solchen Dreiecks **40** m.

18. An ein Gebäude ist eine 10 m (60 dm) lange Stange (Gerte) gelehnt, welche unten 6 m (36 dm) davon absteht. In welcher Höhe berührt sie das Gebäude?

Aufl.: Die Höhe des Berührungspunktes stellt eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks dar, von welchem der Abstand von 6 m die zweite Normalseite und die 10 m lange Stange die Hypotenuse ist. Folglich: 10 im Quadrat ist 100 und 6 im Quadrat ist 36. 100 weniger 36 ist 64. Die Quadratwurzel aus 64 ist 8. Also berührt die Stange in der Höhe von **8** m das Gebäude.

($60^2 = 3600$; $36^2 = 36 . 6 . 6 = 1296$. $3600 - 1296 = 2304$. $\sqrt{2304} = 48$. In der Höhe von **48** dm berührt die Gerte das Gebäude).

19. Die Spitze eines Grundstücks hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks von 20 m und 15 m langen Normalseiten und soll eingefriedigt werden. Welches ist die Gesamtlänge der Einfriedigung und was kosten die hiezu verwendeten Fichtenstämmchen, wenn diese 25 cm von einander und in zwei Reihen hart neben einander gesetzt und per Tausend mit 10 *M* bezahlt werden?

Aufl.: Haben die beiden Normalseiten 20 m und 15 m Länge, dann ist die dritte Seite des dreieckigen Platzes gleich der Quadratwurzel aus der Summe der beiden Quadrate von 20 und von 15. 20 im Quadrat ist 400 und 15 im Quadrat ist 225. Die Wurzel aus 625 ist 25. Demnach hat die dritte Seite 25 m Länge. Alle drei Seiten haben mit einander 25 m und 20 m und 15 m oder **60** m.

Werden die Fichtenstämmchen 25 cm voneinander gesetzt, so braucht man auf eine Strecke von 60 m 60 mal 4 oder 240 Stämmchen und bei zwei Reihen 2 mal 240 oder 480 Stämmchen. Zahlt man für das Tausend 10 *M* oder für das Stück 1 *₰*, dann kosten 480 Stämmchen **4** *M* **80** *₰*.

20. Ein Wiesengrund hat die Form eines Rechtecks, dessen Seiten 44 (21, 36) m und 33 (28, 27) m lang sind. Von einer Ecke desselben führt ein geradliniger Fußweg auf die entgegengesetzte Ecke. Wie lang ist dieser Weg?

Aufl.: Dieser Fußweg stellt die Schrägseite eines rechtwinkligen Dreiecks von 44 m und 33 m langen Normalseiten dar. Die Summe der Quadrate beider Normalseiten ist dem Quadrate der Schrägseite gleich. 44 im Quadrat ist gleich 4 mal 44 mal 11 oder 1936 und 33 im Quadrat ist 3 mal 33 mal 11 oder 1089. 1936 und 1089 ist 3025. Ist 3025 das Quadrat der Schrägseite, dann ist diese selbst gleich der

Wurzel aus 3025. Das ist 55. Demnach hat der Fußweg eine Länge von **55 m.**

($21^2 = 441$; $28^2 = 4 . 28 . 7 = 784$; 441 und 784 = 1225. $\sqrt{1225} = 35$. Also ist der Fußweg **35** m lang.

$36^2 = 6 . 36 . 6 = 1296$; $27^2 = 3 . 27 . 9 = 729$. 1296 mal 729 = 2025. $\sqrt{2025} = 45$. Der Weg ist **45** m lang).

21. Bei einem rechtwinkligen Dreiecke, dessen Hypotenuse 30 (40, 50) cm lang ist, hat eine Kathete 18 (32, 30) cm. Wie groß ist die andere Kathete?

Aufl.: Die zweite Kathete ist gleich der Quadratwurzel aus der Differenz von 30 im Quadrat und von 18 im Quadrat. $30^2 = 900$ und $18^2 = 324$. 900 weniger 324 = 576. Die Wurzel aus 576 ist 24. Also hat die zweite Kathete **24** cm.

($40^2 = 1600$; $32^2 = 4 . 32 . 8 = 1024$. $1600 - 1024 = 576$. $\sqrt{576} = 24$. Also **24** cm.

$50^2 = 2500$; $30^2 = 900$; $2500 - 900 = 1600$; $\sqrt{1600} = 40$. Also **40** cm).

22. Auf einer Ebene sind in einer Entfernung von 4 m (12 m) zwei Stangen senkrecht aufgestellt, von denen die eine 7 m (2 m) und die andere 10 m (11 m) über die Bodenfläche sich erhebt. Wie weit sind deren Spitzen von einander entfernt?

Aufl.: Erhebt sich die eine Stange 7 m und die andere 10 m über den Boden, so ist die zweite Stange um 3 m höher als die erste. Denkt man sich in dieser Höhe von 3 m eine senkrechte Linie und in der Höhe der kürzeren Stange eine Linie parallel zum Boden an die zweite Stange gezogen und endlich die Spitzen der beiden Stangen gleichfalls durch eine Linie mit einander verbunden, so geben diese drei Linien ein rechtwinkliges Dreieck, von welchem die Hypotenuse gleich ist der Entfernung der beiden Stangenspitzen. Da die parallele Linie 4 m lang und die zweite Stange 3 m länger ist als die erste, so ist die Entfernung der Spitzen gleich der Wurzel aus 4 mal 4 und 3 mal 3 oder gleich der Wurzel aus 25. Das ist 5. Die beiden Spitzen sind also **5** m von einander entfernt.

(Die zweite Stange ist 11 weniger 2 oder 9 m höher als die erste. Die Entfernung beider ist 12 m. $12^2 = 144$; $9^2 = 81$; $144 + 81 = 225$. $\sqrt{225} = 15$. Die Stangenspitzen sind also **15** m von einander entfernt).

23. Es wird ein Stein unter einem Elevationswinkel von 45° mit 21 m Anfangsgeschwindigkeit für die Sekunde geworfen. Welche Höhe und Weite erreicht derselbe am Ende der ersten Sekunde, wenn für die Quadratwurzel aus 2 1,4 in Rechnung gebracht wird, dagegen die Fallgeschwindigkeit außer Rechnung bleibt?

Aufl.: Bei einem Winkel von 45° stellt eine Linie von 21 m die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks dar, von welchem die Höhe gleich ist der Basis oder Weite. 21 im Quadrat ist daher gleich dem Quadrate der beiden Katheten oder 21^2 ist gleich 2 mal das Quadrat einer Seite ($21^2 = 2\ s^2$, also $s = 21 : \sqrt{2}$). Eine Seite ist dann gleich 21, geteilt durch 1,4 = 21 mal $\frac{5}{7}$ oder 3 mal 5 = 15. Die Höhe wie die Weite des Wurfs beträgt daher **15** m.

24. Jemand will zwei quadratförmige Wiesengründe gegeneinen anderen von gleicher Güte und Größe und ebenfalls in Quadratform vertauschen. Wenn die Seite des einen 40 (27, 28) m und die des anderen 30 (36, 21) m hat, wie groß muß dann die Seite des dritten Grundes werden?

Aufl.: Wenn man die Seite des einen Quadrats mit der Seite des anderen zu einem rechten Winkel zusammenstellt und die Endpunkte durch eine Linie verbindet, so stellt diese die Hypotenuse des erhaltenen rechtswinkligen Dreiecks dar. Das Quadrat dieser Schrägseite ist dann so groß als die Summe der Quadrate der beiden Normalseiten. Hat die eine Linie nun 40 m und die andere 30 m, so haben beide Quadrate zusammen 1600 und 900 oder 2500 qm. Ebensogroß ist auch das einzutauschende dritte Quadrat. Folglich hat dieses als Seitenlänge die Wurzel aus 2500 oder 50. Die Seite des dritten Wiesengrundes hat daher **50** m.

($27^2 = 3 . 27 . 9 = 729$; $36^2 = 6 . 36 . 6 = 1296$. $729 + 1296 = 2025$. $\sqrt{2025} = 45$. Die Seite des dritten Grundes hat also **45** m Länge.

$28^2 = 4 . 28 . 7 = 784$; $21^2 = 441$. $784 + 441 = 1225$. $\sqrt{1225} = 35$. Die Seite beträgt **35** m).

25. Ein Rechteck hat zur Breite 30 m und ist um 10 m länger als breit. Wie groß ist die Diagonale desselben?

Aufl.: Ist dieses Rechteck 10 m länger als breit, dann hat es bei einer Breite von 30 m eine Länge von 40 m. Die Diagonale teilt dieses Rechteck in zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke und ist gleich der Hypotenuse eines solchen. Also ist sie gleich der Wurzel aus 900 und 1600 oder gleich der Wurzel aus 2500. Diese ist 50. Die Diagonale ist demnach **50** m lang.

26. Die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 48 (44, 24) mm und 36 (33, 18) mm lang. Wie groß ist die Hypotenuse dieses Dreiecks?

Aufl.: Addiert man die Quadrate beider Katheten, so erhält man das Quadrat der Hypotenuse. 48 im Quadrat ist 6 mal 48 mal 8 oder 2304 und 36 quadriert gibt 6 mal 36 mal 6 oder 1296. 2304 und 1296 ist 3600. Die Wurzel daraus ist 60. Also ist die Hypotenuse dieses Dreiecks **60** mm groß.

($44^2 = 4 . 44 . 11 = 1936$; $33^2 = 3 . 33 . 11 = 1089$; $1936 + 1089 = 3025$. $\sqrt{3025} = 55$. Die Hypotenuse hat **55** mm.

$24^2 = 4 . 24 . 6 = 576$; $18^2 = 324$; $576 + 324 = 900$. $\sqrt{900} = 30$. Die Hypotenuse ist **30** mm lang).

27. Ein Bauplatz hat die Form eines Trapezes von 36 m Höhe und 42 m und 15 m langen Parallelseiten. Von demselben wird ein Stück in Form eines verschobenen Rechtecks von 15 m Grundlinie und 36 m Höhe so hinweggenommen, daß noch ein rechtwinkliges Dreieck übrig bleibt. Wie groß sind dessen Seiten, wie groß ist dessen Inhalt und um wieviel ist der Bauplatz jetzt kleiner als vorher?

Aufl.: Nimmt man von dem Trapeze ein verschobenes Rechteck von 15 m Grundlinie und 36 m Höhe hinweg, dann hat das übrig bleibende rechtwinklige Dreieck die gleiche Höhe von 36 m und eine Basis von 42 m weniger 15 m oder von **27** m. Die beiden Katheten des Dreiecks haben also **27** m und **36** m. Die Schrägseite hiezu ist dann gleich der Wurzel aus 36 im Quadrat und 27 im Quadrat. $36^2 = 6 . 36 . 6 = 1296$ und $27^2 = 3 . 27 . 9 = 729$. Die Quadratwurzel aus 1296 und 729 oder aus 2025 ist 45. Also hat die dritte Seite oder Hypotenuse dieses Dreiecks **45** m.

Der Inhalt dieses Dreiecks von 36 m Höhe und 27 m Basis ist 18 mal 27 oder **486** qm.

Das hinweggenommene Stück ist ein verschobenes Rechteck von 15 m Basis und 36 m Höhe, hat also einen Inhalt von 15 mal 36 oder von 540 qm. Um **540** qm ist somit der Bauplatz kleiner als vorher.

(Oder: $36 . \frac{42 + 15}{2} = 18 . 57 = 2 . 57 . 9 = 1026$ qm. Davon abgezogen den Inhalt des Dreiecks von 486 qm, bleiben **540** qm. Um so viel ist der Bauplatz jetzt kleiner, als er vorher war).

28. Ein Haus soll ein Pultdach erhalten, das eine Höhe von 6 m (3,3 m) erreichen und über die 8 m ($4\frac{2}{5}$ m) haltende Breitseite sich erstrecken soll. Wie lang sind die Sparren zu fertigen?

Aufl.: Die Höhe des Daches und die Breite des Hauses stellen die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks dar, von welchem die Hypotenuse gleich ist der Sparrenlänge. Daher folgt nach dem pythagoreischen Lehrsatze: 6 im Quadrat ist 36 und 8 im Quadrat ist 64; 36 und 64 ist 100. Die Quadratwurzel aus 100 ist 10. Demnach sind die Sparren **10** m lang zu fertigen.

(3,3 m = 33 dm; $4\frac{2}{5}$ m = 4,4 m = 44 dm. $33^2 = 3 . 33 . 11 = 1089$; $44^2 = 4 . 44 . 11 = 1936$; 1089 +

1936 = 3025. $\sqrt{3025} = 55$. Also ist die Sparrenlänge 55 dm oder **5½** m.

29. Wenn man sämtliche Stiegen in einem öffentlichen Gebäude aneinander denkt, dann stellen diese eine schiefe Ebene von 35 m Länge dar. Dieselbe erhebt sich bis zur Höhe von 28 m. Wie groß ist ihre Basis?

Aufl.: Die Basis ist gleich der einen Normalseite eines rechtwinkligen Dreiecks, von dem die Höhe von 28 m die andere Normalseite darstellt. Die Länge von 35 m entspricht der Schrägseite des Dreiecks. Daher folgt: 35 im Quadrat ist 5 mal 35 mal 7 oder 1225 und 28 quadriert gibt 4 mal 28 mal 7 oder 784. 1225 weniger 784 ist 441. Die Wurzel aus 441 ist 21. Demnach beträgt die Basis **21** m.

30. Zwei Personen gehen von zwei Dörfern so auf einen dritten Ort zu, daß ihre Wege sich rechtwinklich schneiden. Wie weit sind anfangs diese Personen in gerader Linie voneinander entfernt, wenn sie geradlinig gerechnet einen Weg von je 16 (9, 20) km und 12 (12, 15) km zurückzulegen haben?

Aufl.: Die Entfernung der beiden Personen stellt die Schrägseite eines rechtwinkligen Dreiecks dar, von dem die geraden Wegstrecken von 16 km und 12 km die beiden Normalseiten sind. Daher folgt: 16 im Quadrat ist 256 und 12 quadriert gibt 144. 256 und 144 ist 400. Die Wurzel daraus 20. Demnach sind die beiden Personen anfangs **20** km voneinander entfernt.

($9^2 = 81$; $12^2 = 144$; $81 + 144 = 225$. $\sqrt{225} = 15$. Die Entfernung betrug **15** km.

$20^2 = 400$; $15^2 = 225$; $400 + 225 = 625$. $\sqrt{625} = 25$. Also waren die Personen anfangs **25** km voneinander entfernt).

31. Die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks verhalten sich zu einander wie 4 zu 3. Wie groß ist die Hypotenuse?

Aufl.: Das Quadrat der Hypotenuse ist hier gleich den beiden Quadraten von 4 und 3. 4 im Quadrat ist 16 und 3 im Quadrat ist 9. 16 und 9 ist 25. Die Quadratwurzel aus 25 ist 5. Die Hypotenuse dieses Dreiecks hat also **5** mal so viele Längseinheiten, wie die eine Kathete deren 4 und die andere deren 3 hat.

32. An ein im Freien stehendes Taubenhaus wird eine 4½ m lange Leiter so angelehnt, daß sie dasselbe in einer Höhe von $3\frac{3}{5}$ m berührt, aber noch 13 dm von der Achse des senkrechten, durch das Taubenhaus führenden Baumstammes absteht. Wie weit von der Achse dieses Stammes entfernt berührt die Leiter den Boden?

Aufl.: Die Richtung der Leiter entspricht der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, von dem die Höhe von $3\frac{3}{5}$ m die eine Kathete ist. Die andere Kathete ist daher nach dem pythagoreischen Lehrsatze gleich der Quadratwurzel aus der Differenz der Quadrate der Hypotenuse und dieser einen Kathete. $4\frac{1}{2}$ m oder 4,5 m sind 45 dm. 45 quadriert gibt 5 mal 45 mal 9 oder 2025. $3\frac{3}{5}$ m oder 3,6 m sind 36 dm. 36 quadriert gibt 6 mal 36 mal 6 oder 1296. 2025 weniger 1296 ist 729. Die Quadratwurzel aus 729 ist 27. Also beträgt die zweite Kathete 27 dm. Nun steht aber die Achse des Stammes noch 13 dm von dem berührten Punkte ab. Demnach berührt die Leiter den Boden 27 dm und 13 dm oder **4** m weit von der Achse des senkrecht stehenden Baumes entfernt.

33. Die Grundlinie eines gleichschenklichen Dreiecks beträgt 5 dm 6 cm, jede der beiden gleich langen Seiten hat $3\frac{1}{2}$ dm. Welches ist die Höhe dieses Dreiecks?

Aufl.: Die zu suchende Höhenlinie teilt das Dreieck in zwei gleiche rechtwinklige Dreiecke, von denen eine Kathete die Hälfte der gegebenen Basis von 5 dm 6 cm und die Hypotenuse gleich der $3\frac{1}{2}$ dm langen Seite ist. Die Hälfte von 5 dm 6 cm oder von 56 cm ist 28 cm. $3\frac{1}{2}$ dm sind 35 cm. Die zu suchende Höhe ist nun gleich der zweiten Kathete eines der beiden rechtwinkligen Dreiecke, also gleich der Quadratwurzel aus der Differenz des Quadrats der Hypotenuse und der anderen Kathete. 35 im Quadrat ist 5 mal 35 mal 7 = 1225 und 28 im Quadrat ist gleich 4 mal 28 mal 7 = 784. 1225 weniger 784 ist 441. Die Wurzel aus 441 ist 21. Also ist die Höhe des gegebenen Dreiecks **21** cm.

E. Inhalt regulärer Vielecke.

Bemerkung: Regelmäßige Polygone oder Vielecke zerlegt man in soviele gleichschenklige Dreiecke, als Seiten vorhanden sind und addiert die berechneten Inhalte dieser Dreiecke, um den Inhalt der betreffenden Vielecke zu erhalten. Dieser Inhalt ist aber auch gleich dem eines Dreiecks, von welchem die Basis gleich ist dem Umfange des Vielecks und die Höhe der Entfernung des Polygonmittelpunktes vor einer Seite, d. i. dem Radius des eingeschriebenen Kreises gleich kommt.

1. In einen Kreis von 27 cm Durchmesser zeichnet man ein regelmäßiges Sechseck, bei welchem die Entfernung seines Mittelpunktes von einer Seite 11,7 cm beträgt. Welches ist der Inhalt dieses Sechsecks?

Aufl.: Dieses Sechseck läßt sich in sechs gleiche gleichschenklige Dreiecke zerlegen, von denen die Höhe 11,7 cm beträgt. Ist der Durchmesser des Kreises 27 cm, so beträgt der Radius die Hälfte hievon, also $\frac{27}{2}$ cm. Ebensogroß ist die Seite des

regulären Sechsecks oder die Basis eines jeden seiner Dreiecke. Der Inhalt eines solchen ist daher gleich $\frac{27}{4}$ mal 11,7 qcm. Der Inhalt des Sechsecks beträgt dann 6 mal soviel. 6 mal $\frac{27}{4}$ oder 3 mal $\frac{27}{2} = 40\frac{1}{2}$. Das 11 fache hievon ist 405 und $40\frac{1}{2}$, also $445\frac{1}{2}$. Ferner $\frac{7}{10}$ mal $40\frac{1}{2}$ ist 7 mal $4\frac{1}{20}$ oder $28\frac{7}{20}$. $445\frac{1}{2}$ und $28\frac{7}{20}$ ist $473\frac{17}{20}$. Der Inhalt des Sechsecks beträgt demnach $\mathbf{473\frac{17}{20}}$ qcm.

Oder: Bei einem Durchmesser von 27 cm hat der Radius $\frac{27}{2}$ cm. Bei einem regulären Sechseck ist die Seite ebensogroß als der Radius. Dieses Sechseck hat daher einen Umfang von 6 mal $\frac{27}{2}$ oder 3 mal 27 = 81 cm. Dieser Umfang entspricht der Basis eines Dreiecks von gleichem Inhalte wie der des Sechsecks. Die Dreieckshöhe ist dann 11,7 cm und der Inhalt $40\frac{1}{2}$ mal 11,7 qcm. $40\frac{1}{2}$ mal 11 ist 440 und $5\frac{1}{2}$ oder $445\frac{1}{2}$ und $40\frac{1}{2}$ mal $\frac{7}{10}$ sind $\frac{280}{10}$ und $\frac{7}{20}$, also $28\frac{7}{20}$. $445\frac{1}{2}$ und $28\frac{7}{20} = 473\frac{17}{20}$. Das Sechseck hat demnach $\mathbf{473\frac{17}{20}}$ qcm.

2. Ein Platz in Form eines regulären Achtecks von $2\frac{1}{2}$ m Seitenlänge hat $30\frac{1}{5}$ qm Inhalt. Wie groß ist der Radius eines in dieses Achteck eingeschriebenen größten Kreises?

Aufl.: Der Inhalt dieses Achtecks ist gleich dem eines Dreiecks, dessen Basis gleich ist dem Umfange des Achtecks und dessen Höhe gleich dem Radius des eingeschriebenen Kreises ist. Bei einer Seitenlänge von $2\frac{1}{2}$ m ist der Umfang des Achtecks 8 mal $2\frac{1}{2}$ oder 20 m. Ebensogroß ist die Basis des Dreiecks. Ist der Inhalt desselben dem des Achtecks gleich, also $30\frac{1}{5}$ qm, dann ist die Höhe des Dreiecks gleich dem 10. Teile von $30\frac{1}{5}$ oder $3\frac{1}{50}$ m. Der Radius beträgt demnach **3,02** m.

Oder: Dieses Achteck läßt sich in 8 gleiche gleichschenklige Dreiecke zerlegen, von denen die Höhenlinie gleich dem zu suchenden Radius ist. Beträgt der Inhalt des Achtecks $30\frac{1}{5}$ qm, so ist der Inhalt eines jeden Dreiecks gleich dem 8. Teile hievon oder $3\frac{31}{40}$ qm. Die Höhe eines solchen Dreiecks ist gleich dem Inhalte geteilt durch die halbe Grundlinie, welche hier der Seitenlänge von $2\frac{1}{2}$ m entspricht. $3\frac{31}{40}$ sind $\frac{151}{40}$ und $\frac{5}{4}$ sind $\frac{50}{40}$. 151 geteilt durch 50 ist $3\frac{1}{50}$. Der Radius des eingeschriebenen Kreises beträgt demnach $\mathbf{3\frac{1}{50}}$ m.

3. Der Umfang eines regulären Sechsecks beträgt 33 cm. Der Radius des eingeschriebenen größten Kreises beträgt 48 mm. Wie groß ist der Inhalt dieses Sechsecks?

Aufl.: Ist der Umfang des Sechsecks 33 cm, dann hat eine Seite hievon den 6. Teil oder $5\frac{1}{2}$ cm. Das Sechseck kann in 6 gleiche Dreiecke zerlegt werden, von denen die Höhenlinie gleich dem Radius des eingeschriebenen Kreises 48 mm und die Basis $5\frac{1}{2}$ cm oder 55 mm beträgt. Der Inhalt eines

jeden Dreiecks ist dann 24 mal 55 qmm. Das ist 24 halbe Hundert oder 1200 qmm und 24 mal 5 oder 120 qmm, zusammen also 1320 qmm oder $13\frac{1}{5}$ qcm. Das Sechseck hat 6 mal soviel an Inhalt, also **$79\frac{1}{5}$** qcm.

Oder: Der Inhalt des Sechsecks ist gleich dem Umfange von 33 cm vermehrt mit der Hälfte des Radius von 48 mm. 24 mal 330 ist 6600 und 1320 oder zusammen 7920. Der Inhalt des Sechsecks beträgt demnach **7920** qmm oder **79** qcm **20** qmm.

4. Ein regelmäßig achteckiger Turm hat einen Umfang von 44 m. Beschreibt man innerhalb seines Umfangs einen größten Kreis, dann hat derselbe einen Durchmesser von $13\frac{1}{5}$ m. Welches ist der Inhalt der achteckigen Grundfläche, auf welcher der Turm steht?

Aufl.: Der Inhalt des entsprechenden Achtecks von 44 m Umfang gleicht dem Inhalte eines Dreiecks von gleich großer Grundlinie und einer Höhe, welche dem Halbmesser des eingeschriebenen Kreises gleich ist. Bei einem Durchmesser von $13\frac{1}{5}$ m hat der Radius $6\frac{3}{5}$ m. Folglich ist der Inhalt gleich der Hälfte von $6\frac{3}{5}$ mal 44 qm, also $6\frac{3}{5}$ mal 22 qm. Das sind 132 qm und 3 mal $4\frac{2}{5}$ oder $13\frac{1}{5}$ qm, also zusammen $145\frac{1}{5}$ qm. Der Inhalt der 8seitigen Grundfläche hat demnach **$145\frac{1}{5}$** qm.

5. Der Durchmesser eines Kreises beträgt 11 cm. Um denselben ist ein regelmäßiges Sechseck von 64 mm Seitenlänge beschrieben. Wie groß ist der Inhalt des letzteren?

Aufl.: Hat dieses Sechseck 64 mm Seitenlänge, dann hat es einen Umfang von 6 mal 64 oder 384 mm = $38\frac{2}{5}$ cm. Da der Durchmesser des Kreises 11 cm, der Halbmesser also $\frac{11}{2}$ cm beträgt, so ist der Inhalt dieses Sechsecks gleich dem eines Dreiecks von $38\frac{2}{5}$ cm Grundlinie und $\frac{11}{2}$ cm Höhe, also gleich $\frac{11}{4}$ mal $38\frac{2}{5}$ qcm. $\frac{1}{4}$ davon ist $9\frac{3}{5}$ und 11 mal $9\frac{3}{5}$ ist 99 und $6\frac{3}{5}$, also zusammen $105\frac{3}{5}$. Der Inhalt des Sechsecks ist demnach **$105\frac{3}{5}$** qcm.

Oder: Bei einem Durchmesser von 11 cm hat der Kreis einen Radius von $\frac{11}{2}$ cm oder 55 mm. Das umgeschriebene Sechseck ist an Inhalt gleich dem Inhalt von 6 Dreiecken, von denen die Höhenlinie 55 mm und die Basis 64 mm beträgt. Ein solches Dreieck hat dann als Inhalt 32 mal 55 qmm oder 32 halbe Hundert und 32 mal 5 qmm. Das ist 1600 und 160 oder zusammen 1760 qmm, also $17\frac{3}{5}$ qcm. Das Sechseck hat 6 mal soviel an Flächeninhalt, demnach **$105\frac{3}{5}$** qcm.

6. Auf ein Stück Brett in Form eines regelmäßigen Fünfecks wird ein größter Kreis gezeichnet und zu einer Scheibe aus-

geschnitten. Wenn der Inhalt des Fünfecks $15\frac{1}{2}$ qdm und die Seitenlänge 3 dm beträgt, wie groß ist dann der Radius des eingeschriebenen Kreises?

Aufl.: Beträgt der Inhalt dieses Fünfecks $15\frac{1}{2}$ qdm (1550 qcm), so hat ein jedes der 5 daraus herstellbaren gleichen Dreiecke $\frac{1}{5}$ hievon zum Inhalte. Das ist $3\frac{1}{10}$ qdm (310 qcm). Bei diesem Inhalte ist die Basis eines solchen Dreiecks gleich der Seite des regelmäßigen Fünfecks, also gleich 3 dm (30 cm). Die Höhe ist dann gleich dem Inhalte geteilt durch die Hälfte der Basis. Der dritte Teil von $3\frac{1}{10}$ ist $1\frac{1}{30}$ und das Doppelte hievon ist $2\frac{1}{15}$. (Der 30. Teil von 310 ist 10,3; das Doppelte ist 20,6). Der Radius des in das Fünfeck eingeschriebenen Kreises ist gleich der Höhe eines jeden der 5 Dreiecke, beträgt also $\mathbf{2\frac{1}{15}}$ dm (**20,6** cm).

Oder: Bei einer Seitenlänge von 3 dm hat das reguläre Fünfeck 5 mal 3 oder 15 dm Umfang. Dieser entspricht der Basis eines Dreiecks von gleichem Inhalte. Teilt man mit der Zahl für die halbe Basis in den Inhalt, so findet man die Höhe des entsprechenden Dreiecks. Der 15. Teil von $15\frac{1}{2}$ ist $1\frac{1}{30}$ und 2 mal soviel ist $2\frac{1}{15}$. Der Radius beträgt also $\mathbf{2\frac{1}{15}}$ dm.

7. Aus einem Stücke Eisenblech soll ein regelmäßiges Zehneck von 25 dm Umfang und $48\frac{1}{8}$ qdm Inhalt ausgeschnitten werden. Welches ist der Durchmesser eines in dieses Zehneck eingezeichneten größten Kreises?

Aufl.: Dieses reguläre Zehneck besteht aus 10 kongruenten Dreiecken, von denen die Höhe gleich ist dem Radius des eingezeichneten Kreises. Ist der Umfang des Zehnecks 25 dm, dann hat die Basis eines jeden dieser Dreiecke $2\frac{1}{2}$ dm. Der Inhalt eines jeden Dreiecks ist gleich dem 10. Teile von $48\frac{1}{8}$ qdm oder $4\frac{65}{80} = 4\frac{13}{16}$ qdm. Beträgt die Basis $2\frac{1}{2}$ dm, dann ist die Höhe eines solchen Dreiecks gleich dem $1\frac{1}{4}$. Teile von $4\frac{13}{16}$ dm oder von $\frac{77}{16}$ dm. $\frac{20}{16}$ sind in $\frac{77}{16}$ $3\frac{17}{20}$ mal enthalten. Der Durchmesser beträgt hievon das Doppelte, also $7\frac{14}{20}$ oder **7,7** dm.

Oder: Wenn der Inhalt dieses Zehnecks gleich ist dem Inhalte eines Dreiecks, dessen Basis gleich ist dem Umfange des Zehnecks und dessen Höhe dem Radius des eingeschriebenen Kreises gleicht, so ist dieser Radius gleich dem Inhalt, geteilt durch die Hälfte der Basis. $48\frac{1}{8}$ geteilt durch $\frac{25}{2}$ ist $\frac{385}{8}$ geteilt durch $\frac{100}{8}$, also $3\frac{85}{100}$ oder $3\frac{17}{20}$. Der Durchmesser beträgt hievon das Zweifache, also ist er $\mathbf{7\frac{7}{10}}$ dm groß.

8. Um einen Kreis ist ein reguläres Sechseck von $127\frac{2}{5}$ qcm Inhalt und 7 cm Seitenlänge gezeichnet. Wie groß ist der Halbmesser dieses Kreises?

Aufl.: Beträgt die Seitenlänge 7 cm, dann ist der Umfang dieses Sechsecks 6 mal 7 oder 42 cm. Der Inhalt dieses Sechsecks von $127\frac{2}{5}$ qcm gleicht dem Inhalte eines Dreiecks von 42 cm Basis. Folglich ist die Höhe dieses Dreiecks, welche dem Halbmesser des eingeschriebenen Kreises gleich ist, der 21. Teil von $127\frac{2}{5}$ cm. Das ist $6\frac{1}{15}$ cm. Der Radius hat also **$6\frac{1}{15}$** cm.

Oder: Dieses Sechseck läßt sich in 6 gleiche Dreiecke zerlegen, von welchen jedes den 6. Teil von $127\frac{2}{5}$ qcm Inhalt hat. Das ist $21\frac{7}{30}$ qcm. Der zu suchende Radius des Kreises stellt die Höhenlinie eines jeden solchen Dreiecks dar, von dem außer dem Inhalte auch die Basis von 7 cm bekannt ist. Diese Höhenlinie ist nun gleich dem Inhalte geteilt durch die Hälfte der Basis. Der 7. Teil von $21\frac{7}{30}$ ist $3\frac{1}{30}$ und das Doppelte hievon ist $6\frac{1}{15}$. Der Radius des Kreises hat demnach **$6\frac{1}{15}$** cm.

9. In einen Kreis ist ein regelmäßiges Siebeneck von 14 dm Umfang und 14,4 qdm Inhalt gezeichnet. Welches ist die Höhe eines jeden der kongruenten Dreiecke, in welche das Siebeneck zerlegt werden kann?

Aufl.: Das Siebeneck kann in 7 gleiche Dreiecke zerlegt werden. Demnach hat jedes den 7. Teil von 14,4 oder $2\frac{2}{35}$ qdm Inhalt. Beträgt der Umfang des Siebenecks 14 dm, dann hat die Basis eines jeden Dreiecks hievon den 7. Teil, also 2 dm. Die Höhe eines jeden solchen Dreiecks ist gleich dem Inhalte geteilt durch die Hälfte der Grundlinie. Also ist die Höhe gleich **$2\frac{2}{35}$** dm.

Oder: Der Inhalt dieses Siebenecks ist gleich dem eines Dreiecks, welches zur Basis den Umfang und zur Höhe den Abstand des Polygonmittelpunktes von einer Seite hat. Diese Höhe ist gleich dem Inhalte des Dreiecks von 14,4 qdm geteilt durch die halbe Basis. Der 7. Teil von 14,4 ist $2\frac{4}{70}$ oder $2\frac{2}{35}$. Demnach hat jedes Dreieck **$2\frac{2}{35}$** dm Höhe.

10. Eine Solnhofer Kalkplatte in Form eines regulären Sechsecks hat einen Umfang von $12\frac{1}{2}$ dm. Wie groß ist der Durchmesser des kleinsten Kreises, welcher um diese Platte gezeichnet werden kann?

Aufl.: Bei einem Umfange von $12\frac{1}{2}$ dm beträgt jede Seite des Sechsecks $2\frac{1}{12}$ dm. Weil jede Seite dieses Sechsecks zugleich auch der Radius des umgeschriebenen Kreises ist, beträgt der Durchmesser desselben 2 mal $2\frac{1}{12}$ dm, also **$4\frac{1}{6}$** dm.

11. Ein reguläres Zwölfeck von 3 cm Seitenlänge und $100\frac{4}{5}$ qcm Inhalt schließt einen größten Kreis ein. Welches ist dessen Durchmesser?

Aufl.: Der Inhalt dieses umgeschriebenen Zwölfecks ist der Fläche eines Dreiecks gleich, welches zur Basis den Umfang

des Zwölfecks und zur Höhe den Radius des eingeschriebenen Kreises hat. Beträgt die Seite des Zwölfecks 3 cm, so ist der Umfang 12 mal 3 oder 36 cm. Dieser Umfang ist der Basis des entsprechenden Dreiecks und der Inhalt desselben dem des Zwölfecks von $100\frac{4}{5}$ qcm gleich. Demnach ist die Höhe des Dreiecks der 18. Teil von $100\frac{4}{5}$ oder $5\frac{3}{5}$ cm. Da diese Höhe dem Radius des eingeschriebenen Kreises entspricht, so ist dessen Durchmesser das Doppelte hievon, also **$11\frac{1}{5}$** cm.

F. Inhalt des Kreises.

Bemerkung: Der Inhalt eines Kreises ist so groß als der eines Dreiecks, dessen Basis gleich ist dem Umfange oder der Peripherie und dessen Höhe gleich ist dem Halbmesser oder Radius des Kreises. Multipliziert man die Zahl für die Peripherie mit der Zahl für den halben Radius, so ergibt sich der Inhalt.

In Zeichen: $I = p \cdot \frac{r}{2}$ . . . . 1.)

Weil $p = d\,\pi = 2\,r\,\pi$, so ist auch

$$I = 2\,r\,\pi \cdot \frac{r}{2} = r^2\,\pi \quad . . . . \quad 2)^*)$$

Ferner: $r = \frac{d}{2}$, also auch

$$I = (\frac{d}{2})^2 \pi = \frac{d^2}{4}\pi \quad . . . . \quad 3)$$

Aus Gleichung 1 folgt: $p = \frac{2\,I}{r}$

" " 2 " $r = \sqrt{\frac{I}{\pi}}$

" " 3 " $d = \sqrt{\frac{4\,I}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{I}{\pi}}$

1. Der Durchmesser eines Kreises beträgt 2 dm. Welches ist sein Flächeninhalt?

Aufl.: Bei einem Durchmesser von 2 dm beträgt der Radius des Kreises 1 dm. Der Kreisinhalt ist gleich dem Quadrate des Radius, multipliziert mit der ludolfischen Zahl; demnach beträgt er 1 mal **$3\frac{1}{7}$** qdm.

2. Der Radius eines kreisförmigen Blumenbeetes beträgt 1 m 4 dm. Welche Fläche enthält dieses Beet?

Aufl.: 1 m 4 dm sind 14 dm. 14 im Quadrat ist 196. Der Inhalt dieses Blumenbeetes beträgt daher 196 mal $\frac{22}{7}$ qdm.

---

*) Wobei $\pi = 3{,}14$ oder $3^1/_7$ als ludolfische Zahl.

$\frac{1}{7}$ von 196 ist 28. Das 22fache von 28 ist 560 und 56 oder 616. Der Inhalt beträgt also **616** qdm oder **6,16** qm.

3. Bei einer kreisrunden Tischplatte hat die Oberfläche 154 qdm (616 qdm) Inhalt. Welches ist der Halbmesser dieser Platte?

Aufl.: Der Halbmesser eines Kreises ist gleich der Quadratwurzel aus dem durch die ludolfische Zahl geteilten Inhalt. Dieser beträgt 154 qdm. 154 geteilt durch $3\frac{1}{7}$ oder $\frac{22}{7}$ ist gleich $\frac{7}{22}$ mal 154 oder 7 mal 7 = 49. Die Wurzel aus 49 ist 7. Also beträgt der Halbmesser dieser Tischplatte **7** dm.

(Beträgt der Inhalt 616 qdm, dann ist der $3\frac{1}{7}$. Teil hievon gleich 616 mal $\frac{7}{22}$. Der 22. Teil von 616 ist 28 und 7 mal 28 ist 196. Die Quadratwurzel aus 196 ist 14. Der Radius hat demnach **14** dm.

4. Welches ist der Durchmesser eines Kreises, wenn der Inhalt desselben 24 qm 64 qdm (13 qm 86 qdm; $38\frac{1}{2}$ qm ist?

Aufl.: Ist der Inhalt eines Kreises gegeben, so findet man den Halbmesser, wenn man die Quadratwurzel aus dem durch die ludolf'sche Zahl geteilten Inhalt sucht. Der Inhalt ist 24 qm 64 qdm. Davon soll der $3\frac{1}{7}$. oder $\frac{22}{7}$. Teil gesucht werden. $\frac{1}{22}$ davon ist gleich 1 qm 12 qdm. 7 mal soviel ist 7 qm 84 qdm oder 784 qdm. Die Quadratwurzel aus 784 ist 28. Beträgt der Halbmesser dieses Kreises 28 dm, so hat der Durchmesser hievon das Doppelte, also **56** dm oder **5** m **6** dm.

(Der Inhalt eines Kreises ist 13 qm 86 qdm. $\frac{1}{22}$ hievon oder von 1386 qdm ist gleich $\frac{1}{11}$ von 693 qdm oder 63 qdm. 7 mal 63 ist 441. $\sqrt{441} = 21$. Bei einem Radius von 21 dm beträgt der Durchmesser **42** dm.

Der Inhalt ist $38\frac{1}{2}$ oder $\frac{77}{2}$ qm. $\frac{7}{22}$ mal $\frac{77}{2} = \frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $\frac{49}{4}$. Die Wurzel aus $\frac{49}{4}$ ist $\frac{7}{2}$. Der Durchmesser beträgt 2 mal $\frac{7}{2}$ oder **7** m).

5. Ein kreisförmiger Weiher hat $804\frac{4}{7}$ ($201\frac{1}{7}$) qm Inhalt. Wie groß ist sein Umfang?

Aufl.: Aus dem gegebenen Inhalte von $804\frac{4}{7}$ qm ist zuerst der Halbmesser zu suchen. Derselbe ist gleich der Quadratwurzel aus dem durch die Ludolfine geteilten Inhalte. Der $3\frac{1}{7}$. Teil von $804\frac{4}{7}$ ist gleich $\frac{7}{22}$ mal $804\frac{4}{7}$. $\frac{1}{22}$ hievon ist $\frac{1}{11}$ von $402\frac{2}{7}$ oder $36\frac{4}{7}$ und 7 mal soviel ist 256. Die Wurzel aus 256 ist 16. Der Radius beträgt also 16 m. Demnach hat der Durchmesser 32 m und der Umfang ist dann $\frac{22}{7}$ mal 32 m. $\frac{1}{7}$ von 32 ist $4\frac{4}{7}$ und 22 mal soviel ist 88 und $\frac{88}{7}$ oder zusammen $100\frac{4}{7}$. Der Weiher hat demnach einen Umfang von **$100\frac{4}{7}$** m.

($\frac{7}{22}$ mal $201\frac{1}{7} = \frac{1408}{22} = \frac{704}{11} = 64$. $\sqrt{64} = 8$. Ist der Radius 8 m, dann hat der Durchmesser 16 m. Der Umfang hat 16 mal $3\frac{1}{7}$ oder 48 und $2\frac{2}{7}$, also **$50\frac{2}{7}$** m).

6. Von zwei konzentrischen Kreisen hat der eine 11 dm und der andere $12\frac{4}{7}$ dm Umfang. Welches ist der Unterschied der Kreisflächen, welche von ihnen eingeschlossen werden?

Aufl.: Der kleinere Kreis hat einen Umfang von 11 dm. Der Durchmesser desselben beträgt dann den $3\frac{1}{7}$. Teil von 11 dm oder $\frac{7}{22}$ mal 11, also $\frac{7}{2}$ dm. Der Radius dieses Kreises beträgt demnach $\frac{7}{4}$ dm. Multipliziert man die Zahl für den Umfang mit der für den halben Radius, so findet man den Inhalt. $\frac{7}{8}$ mal $11 = \frac{77}{8}$ oder $9\frac{5}{8}$. Die kleinere Kreisfläche hat also **$9\frac{5}{8}$** qdm Inhalt.

Bei $12\frac{4}{7}$ dm Umfang beträgt der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $\frac{88}{7}$ oder 4 dm. Der Halbmesser hat dann 2 dm und der halbe Radius hat 1 dm. Der Inhalt des größeren Kreises beträgt demnach 1 mal **$12\frac{4}{7}$** qdm.

$12\frac{4}{7}$ weniger $9\frac{5}{8}$ ist $12\frac{32}{56}$ weniger $9\frac{35}{56}$ oder $2\frac{53}{56}$. Der Unterschied beider Kreisflächen beträgt also **$2\frac{53}{56}$** qdm.

7. Ein Baumstamm hat an dem einen Ende eine kreisförmige Durchschnittsfläche von $113\frac{1}{7}$ qdm und an dem anderen Ende eine solche von $78\frac{4}{7}$ qdm. Wie groß ist der Unterschied der Durchmesser beider Endflächen?

Aufl.: Die eine Endfläche hat $113\frac{1}{7}$ qdm, dann ist der Radius gleich der Quadratwurzel aus dem durch die Ludolfine geteilten Inhalt. $113\frac{1}{7}$ mal $\frac{7}{22} = \frac{792}{7}$ mal $\frac{7}{22} = \frac{792}{22}$ oder $\frac{396}{11} = 36$. Die Wurzel aus 36 ist 6. Der Radius der einen Endfläche beträgt also 6 dm. Der Durchmesser hat dann **12** dm.

Die zweite Endfläche hat $78\frac{4}{7}$ qdm Inhalt. $\frac{7}{22}$ mal $\frac{550}{7} = \frac{550}{22}$ oder 25. Die Wurzel aus 25 ist 5. Der Halbmesser dieser Endfläche hat also 5 dm und ihr Durchmesser beträgt demnach **10** dm.

Beträgt nun der eine Durchmesser 12 dm und der andere 10 dm, so ist der Unterschied beider **2** dm.

8. Ein kreisförmiger Rasenplatz von 6 m Durchmesser ist von einem Sandwege umgeben, welcher 1 m breit ist. Welches ist der Flächeninhalt dieses Weges?

Aufl.: Hat dieser Rasenplatz 6 m Durchmesser, so beträgt der Radius 3 m. Der Inhalt ist dann 9 mal $3\frac{1}{7}$ oder $28\frac{2}{7}$ qm. Weil der Weg, der um den Rasenplatz herumführt, 1 m Breite hat, so ist Durchmesser des Platzes samt dem Wege 8 m, der Radius also 4 m. Der Inhalt beider beträgt dann 4 mal 4 mal $3\frac{1}{7}$ oder $50\frac{2}{7}$ qm. Da der Rasenplatz $28\frac{2}{7}$ qm faßt, so

bleiben für den Weg noch $50\frac{2}{7}$ qm weniger $28\frac{2}{7}$ qm, also **22** qm Flächeninhalt übrig.

9. Der Fußboden eines runden Saales von 14 m Durchmesser soll mit Oelfirnis angestrichen werden. Wie teuer kommt das, wenn man auf 22 qm $1\frac{1}{2}$ kg Firnis braucht und diese 1 ℳ 80 ₰ kosten?

Aufl.: Bei einem Durchmesser von 14 m hat der Saal einen Radius von 7 m. Der Inhalt desselben ist also 49 mal $3\frac{1}{7}$ oder 154 qm. Braucht man auf 22 qm $1\frac{1}{2}$ kg Oelfirnis, so braucht man auf 154 qm $\frac{154}{22}$ mal $1\frac{1}{2}$ kg = 7 mal $1\frac{1}{2}$ oder $10\frac{1}{2}$ kg. $1\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ kg Firnis kosten 1 ℳ 80 ₰, dann kosten $10\frac{1}{2}$ oder $\frac{21}{2}$ kg 7 mal 1 ℳ 80 ₰. Das sind 7 ℳ und 5 ℳ 60 ₰, also zusammen 12 ℳ 60 ₰. Der Anstrich kostet demnach **12 ℳ 60 ₰**.

10. Ein Trockenboden ist mit einem Dutzend kreisförmiger Zuglöcher versehen, die einen Durchmesser von je 4 dm haben. Wie groß ist die Mauerfläche, welche dieselben decken würde?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser einer jeden solchen Oeffnung 4 dm, dann ist der Radius 2 dm. Der Inhalt hat somit 4 mal $\frac{22}{7} = \frac{88}{7}$ oder $12\frac{4}{7}$ qdm. Bei einem Dutzend Oeffnungen sind das 12 mal $12\frac{4}{7}$ qdm oder 144 und $6\frac{6}{7}$ = **$150\frac{6}{7}$** qdm.

11. Ein cylinderförmiger Kirchenpfeiler hat einen Umfang von 44 dm (2 m 86 cm). Welches ist der Querschnitt dieses Pfeilers?

Aufl.: Bei einem Umfange von 44 dm hat der Durchmesser des Querschnitts $\frac{7}{22}$ mal 44 dm oder 7 mal 2 = 14 dm. Der Radius beträgt dann 7 dm. Der Inhalt einer Kreisfläche ist gleich dem Umfange vermehrt mit dem halben Radius. Demnach beträgt der Querschnitt dieses Pfeilers $\frac{7}{2}$ mal 44 qdm = 7 mal 22 oder **154** qdm = **1** qm **54** qdm.

(Beträgt der Umfang 2 m 86 cm, dann hat der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal 286 cm. $\frac{1}{22}$ von 286 ist 13 und 7 mal 13 ist 91. Beträgt der Durchmesser 91 cm, dann hat der Radius $\frac{91}{2}$ cm. Da der Inhalt eines Kreises gleich ist dem Umfange multipliziert mit dem halben Radius, so beträgt der Querschnitt dieses Pfeilers $\frac{91}{4}$ mal 286 qcm oder $\frac{91}{4}$ mal 2 qdm 86 qcm. $\frac{1}{4}$ davon ist $\frac{1}{2}$ qdm $21\frac{1}{2}$ qcm. Das ist 91 mal zu nehmen. 91 mal $\frac{1}{2}$ qdm sind $45\frac{1}{2}$ qdm. Ferner 91 mal 20 qcm sind 1820 qcm oder 18 qdm 20 qcm. $45\frac{1}{2}$ qdm und 18 qdm 20 qcm sind 63 qdm 70 qcm. Dazu kommen noch 91 mal $1\frac{1}{2}$ qcm = $136\frac{1}{2}$ qcm oder 1 qdm $36\frac{1}{2}$ qcm. 63 qdm 70 qcm und 1 qdm $36\frac{1}{2}$ qcm sind 65 qdm $6\frac{1}{2}$ qcm. Der Querschnitt dieses Pfeilers hat demnach **65** qdm **$6\frac{1}{2}$** qcm).

12. Der kreisrunde Boden eines Fasses hat 2 qm $54\frac{4}{7}$ qdm (6 qm 16 qdm) Oberfläche. Welches ist sein Umfang?

Aufl.: Hat dieser Boden 2 qm $54\frac{4}{7}$ qdm oder $254\frac{4}{7}$ qdm Inhalt, dann ist sein Halbmesser gleich der Quadratwurzel aus dem durch die Ludolfine geteilten Inhalt. $\frac{1}{22}$ von $254\frac{4}{7}$ oder $\frac{1}{11}$ von $127\frac{2}{7} = 11\frac{4}{7}$. 7 mal $11\frac{4}{7} = 81$. Die Wurzel aus 81 ist 9. Beträgt der Radius 9 dm, dann hat sein Durchmesser 18 dm. Sein Umfang ist dann 18 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$56\frac{4}{7}$** dm.

(6 qm 16 qdm sind 616 qdm. $\frac{1}{22}$ davon ist $\frac{1}{11}$ von 308 oder 28. 7 mal 28 ist 196. Die Wurzel aus 196 ist 14. Bei einem Radius von 14 dm beträgt der Durchmesser 28 dm. Der Umfang ist demnach 28 mal $3\frac{1}{7}$ oder **88** dm).

13. Ein Fenster ist 2 m hoch und 77 cm breit. Wie groß muß der Durchmesser eines runden Fensters sein, welches das gleiche Quantum Licht spenden soll?

Aufl.: Bei einer Höhe von 2 m und einer Breite von 77 cm hat das Fenster 2 mal $0{,}77 = 1{,}54$ qm oder 154 qdm Inhalt. Den gleichen Inhalt soll das kreisrunde Fenster haben. Der Halbmesser desselben ist dann gleich der Quadratwurzel aus dem durch $3\frac{1}{7}$ geteilten Inhalt. Der 22. Teil von 154 = der 11. Teil von 77 = 7. Das Siebenfache hievon ist 49. Die Wurzel aus 49 ist 7. Beträgt der Radius des runden Fensters 7 dm, dann hat der Durchmesser das Doppelte hievon, also 14 dm oder **1** m **4** dm.

14. Der Umfang eines runden Turmes beträgt $25\frac{1}{7}$ ($18\frac{6}{7}$) m. Wie groß ist die Fläche, die er bedeckt?

Aufl.: Aus dem Umfange des Turmes findet man den Durchmesser durch Division mit der Ludolfine. $25\frac{1}{7}$ soll durch $3\frac{1}{7}$ geteilt werden. $25\frac{1}{7}$ sind $\frac{176}{7}$ und $3\frac{1}{7}$ sind $\frac{22}{7}$. Der 22. Teil von 176 oder der 11. Teil von 88 ist 8. Der Durchmesser des Turmes beträgt also 8 m. Der Halbmesser hat dann 4 m. Der Inhalt der kreisförmigen Bodenfläche ergibt sich, wenn man das Quadrat des Radius mit $3\frac{1}{7}$ vermehrt. 16 mal $3\frac{1}{7}$ ist $50\frac{2}{7}$. Die vom Turme bedeckte Fläche beträgt also **$50\frac{2}{7}$** qm.

(Bei einem Umfange von $18\frac{6}{7}$ m hat der Durchmesser den $3\frac{1}{7}$. Teil hievon. $\frac{7}{22}$ mal $18\frac{6}{7}$ oder $\frac{7}{22}$ mal $\frac{132}{7} = \frac{132}{22}$ oder $\frac{66}{11} = 6$. Bei einem Durchmesser von 6 m beträgt der Radius 3 m. Der Inhalt der Bodenfläche ist dann 3 mal 3 mal $3\frac{1}{7}$ oder 9 mal $3\frac{1}{7} =$ **$28\frac{2}{7}$** qm).

15. Ein Kreis hat denselben Umfang wie ein Quadrat, nämlich 22 ($5\frac{1}{2}$) dm. Wie groß ist der Unterschied der Inhalte beider Figuren?

Aufl.: Bei einem Umfange von 22 dm hat der Kreis $\frac{7}{22}$ mal 22 oder 7 dm Durchmesser. Sein Inhalt ist dann $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ oder $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{2} = \frac{7}{2}$ mal 11 oder $\frac{77}{2}$ qdm. Das sind $38\frac{1}{2}$ qdm.

Beträgt der Umfang des Quadrats 22 dm, so ist eine Seite desselben $\frac{22}{4}$ oder $5\frac{1}{2}$ dm lang. Der Inhalt des Quadrats ist dann $\frac{11}{2}$ mal $\frac{11}{2}$ oder $\frac{121}{4}$ qdm. Das sind $30\frac{1}{4}$ qdm.

Hat der Kreis $38\frac{1}{2}$ qdm Inhalt und das Quadrat $30\frac{1}{4}$ qdm, so hat der Kreis um $8\frac{1}{4}$ qdm mehr Fläche als das Quadrat.

(Bei einem Kreisumfange von $5\frac{1}{2}$ dm beträgt der Durchmesser $\frac{11}{2}$ mal $\frac{7}{22}$ oder $\frac{7}{4}$ dm. Der Radius ist dann $\frac{7}{8}$ dm. Demnach ist der Inhalt gleich $\frac{7}{8}$ mal $\frac{7}{8}$ mal $\frac{22}{7} = \frac{7}{64}$ mal 22 oder $\frac{7}{32}$ mal 11 qdm. Das sind $\frac{77}{32}$ oder $2\frac{13}{32}$ qdm.

Ein Quadrat von $5\frac{1}{2}$ dm Umfang hat zur Seitenlänge den 4. Teil von $\frac{11}{2}$ dm, also $\frac{11}{8}$ dm. Sein Inhalt ist dann $\frac{11}{8}$ mal $\frac{11}{8}$ oder $\frac{121}{64}$ qdm. Das sind $1\frac{57}{64}$ qdm.

Der Kreisinhalt ist $2\frac{13}{32}$ oder $2\frac{26}{64}$ qdm, der des Quadrats $1\frac{57}{64}$ qdm; also ist ersterer um $\frac{7+26}{64}$ oder um $\frac{33}{64}$ qdm größer als letzterer).

16*. Der Radius dreier Rollen beträgt 2 cm, 3 cm, 5 cm (3, 5, 8 cm). Wie groß ist der Umfang und der Inhalt der Oberflächen dieser Rollen?

Aufl.: Hat die erste Rolle einen Radius von 2 cm, dann ist ihr Umfang 4 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$12\frac{4}{7}$** cm. Die Umfänge der Kreise verhalten sich zu einander wie ihre Radien. Folglich hat die zweite Rolle einen Umfang von $\frac{3}{2}$ mal $12\frac{4}{7}$ cm. Die Hälfte hievon ist $6\frac{2}{7}$ cm und das Dreifache von $6\frac{2}{7}$ cm beträgt **$18\frac{6}{7}$** cm. Die dritte Rolle hat dann einen Umfang von $\frac{5}{2}$ mal $12\frac{4}{7}$ cm oder 5 mal $6\frac{2}{7}$ = **$31\frac{3}{7}$** cm.

Die erste Rolle von 2 cm Radius hat zum Inhalte 4 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$12\frac{4}{7}$** qcm. Die Inhalte der Kreise verhalten sich zu einander wie die Quadrate ihrer Radien. Die Inhalte dieser Rollen stehen also im Verhältnisse von 4 zu 9 zu 25. Hat die erste Rolle $12\frac{4}{7}$ qcm, dann hat die zweite Rolle $\frac{9}{4}$ mal und die dritte $\frac{25}{4}$ mal soviel zum Inhalt. $\frac{1}{4}$ von $12\frac{4}{7}$ qcm ist $3\frac{1}{7}$ qcm. 9 mal $3\frac{1}{7}$ qcm sind **$28\frac{2}{7}$** qcm als Inhalt der zweiten Rolle. Die dritte Rolle hat 25 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$78\frac{4}{7}$** qcm als Inhalt.

(Die erste Rolle hat einen Radius von 3 cm. Ihr Umfang beträgt daher 2 mal 3 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$18\frac{6}{7}$** cm. Bei einem Radius von 5 cm hat die zweite Rolle $\frac{5}{3}$ mal $18\frac{6}{7}$ cm Umfang. $\frac{1}{3}$ von $18\frac{6}{7}$ ist $6\frac{2}{7}$ und 5 mal soviel ist $31\frac{3}{7}$. Der Umfang der zweiten Rolle beträgt also **$31\frac{3}{7}$** cm. Die dritte Rolle mit einem Radius von 8 cm hat $\frac{8}{3}$ mal $18\frac{6}{7}$ cm oder 8 mal $6\frac{2}{7}$ cm = **$50\frac{2}{7}$** cm im Umfange.

Bei 3 cm Radius hat die erste Rolle 3 mal 3 mal $3\frac{1}{7}$ oder 9 mal $3\frac{1}{7}$ = **$28\frac{2}{7}$** qcm Inhalt. Die Inhalte der Oberflächen der drei Rollen verhalten sich wie 9 zu 25 zu 64. Hat die

erste Rolle $28\frac{2}{7}$ qcm, dann hat die zweite Rolle $\frac{25}{9}$ mal und die dritte Rolle $\frac{64}{9}$ mal soviel zum Inhalte. $\frac{1}{9}$ von $28\frac{2}{7}$ ist $3\frac{1}{7}$. Die zweite Rolle hat demnach 25 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$78\frac{4}{7}$** qcm Inhalt und die dritte Rolle hat 64 mal $3\frac{1}{7}$ oder 192 und $9\frac{1}{7}$ = **$201\frac{1}{7}$** qcm Inhalt.

17*. Die Inhalte zweier Kreise sind $28\frac{2}{7}$ qcm und $12\frac{4}{7}$ qcm. Wie groß sind deren Radien?

Aufl.: Hat der erste Kreis einen Inhalt von $28\frac{2}{7}$ qcm, dann ist sein Radius gleich der Quadratwurzel aus dem durch $3\frac{1}{7}$ geteilten Inhalt. Der 22. Teil von $28\frac{2}{7}$ ist $1\frac{2}{7}$ und 7 mal $1\frac{2}{7} = 9$. Die Wurzel aus 9 ist 3. Demnach beträgt der Radius des ersten Kreises **3** cm.

Die Inhalte zweier Kreise verhalten sich zu einander wie die Quadrate ihrer Radien. Hat der erste Kreis bei einem Radius von 3 cm einen Inhalt von $28\frac{2}{7}$ qcm, während der zweite Kreis einen Inhalt von $12\frac{4}{7}$ qcm hat, dann verhält sich der erste Inhalt zu dem zweiten wie 3 im Quadrat zu dem Quadrate des zweiten Radius. Das $28\frac{2}{7}$fache des letzteren Quadrats ist dann 9 mal $12\frac{4}{7}$ qcm oder 108 und $5\frac{1}{7} = 113\frac{1}{7}$ qcm. $28\frac{2}{7}$ ist darin 4 mal enthalten. Ist 4 das Quadrat des zweiten Radius, so ist dieser der Quadratwurzel aus 4 gleich. Demnach hat der Radius des zweiten Kreises **2** cm.

Oder: Der 22. Teil von $12\frac{4}{7}$ oder von $\frac{88}{7}$ ist $\frac{4}{7}$ und 7 mal $\frac{4}{7}$ ist 4. Die Wurzel aus 4 ist 2. Der Radius des zweiten Kreises beträgt also **2** cm.

18. Wie stark ist die Mauer eines runden Turmes, wenn der äußere Umfang desselben $31\frac{3}{7}$ m und der innere Flächenraum des Turmes $50\frac{2}{7}$ qm beträgt?

Aufl.: Beträgt der äußere Umfang des Turmes $31\frac{3}{7}$ m, dann hat sein Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $31\frac{3}{7}$ m. $\frac{1}{22}$ davon ist $1\frac{3}{7}$ und 7 mal $1\frac{3}{7}$ ist 10. Der Durchmesser beträgt also 10 m.

Hat der innere Flächenraum $50\frac{2}{7}$ qm, dann ist der Halbmesser dieser kreisrunden Bodenfläche gleich der Quadratwurzel aus dem durch $3\frac{1}{7}$ geteilten Inhalte. $\frac{1}{22}$ von $50\frac{2}{7}$ ist $2\frac{2}{7}$ und 7 mal $2\frac{2}{7}$ ist 16. Die Wurzel aus 16 ist 4. Beträgt der Radius 4 m, dann ist der Durchmesser 8 m.

Nun beträgt der ganze Durchmesser des Turmes 10 m und der Durchmesser des inneren Raumes 8 m. Demnach beträgt die doppelte Mauerdicke 2 m. Die Mauer dieses Turmes ist folglich **1** m stark.

19. Welches ist der Durchmesser eines Kreises von 2 qdm $54\frac{4}{7}$ qcm (3 qdm $14\frac{2}{7}$ qcm; 5 qdm $31\frac{1}{7}$ qcm; 3 qdm $80\frac{2}{7}$ qcm; 4 qdm $52\frac{4}{7}$ qcm) Flächeninhalt?

Aufl.: Aus dem Inhalte eines Kreises findet man den Halbmesser, wenn man die Quadratwurzel aus dem durch die

Ludolfine geteilten Inhalt sucht. Daraus läßt sich dann der Durchmesser bestimmen.

Hat ein Kreis einen Flächeninhalt von 2 qdm, $54\frac{4}{7}$ qcm, so ist sein Radius gleich der Wurzel aus dem $3\frac{1}{7}$. Teile von $254\frac{4}{7}$ cm. Der 22. Teil von $254\frac{4}{7}$ ist $11\frac{4}{7}$ und 7 mal $11\frac{4}{7}$ ist 81. Die Wurzel aus 81 ist 9. Beträgt der Radius des Kreises 9 cm, dann hat der Durchmesser 18 cm oder **1** dm **8** cm.

(a) 3 qdm $14\frac{2}{7}$ qcm = $314\frac{2}{7}$ qcm. $\frac{1}{22}$ davon ist $14\frac{2}{7}$; 7 mal soviel ist 100. Die Wurzel aus 100 ist 10. Der Durchmesser hat dann **20** cm oder **2** dm.

b) 5 qdm $31\frac{1}{7}$ qcm = $531\frac{1}{7}$ qcm. $\frac{1}{22}$ hievon ist $24\frac{1}{7}$; 7 mal $24\frac{1}{7}$ ist 169. $\sqrt{169} = 13$. Der Durchmesser beträgt dann **26** cm oder **2** dm **6** cm.

c) 3 qdm $80\frac{2}{7}$ qcm = $380\frac{2}{7}$ qcm. $\frac{1}{22}$ hievon ist $\frac{1}{11}$ von $190\frac{1}{7}$ oder $17\frac{2}{7}$. 7 mal soviel ist 121. $\sqrt{121} = 11$. Der Durchmesser beträgt also **22** cm oder **2** dm **2** cm.

d) 4 qdm $52\frac{4}{7}$ qcm = $452\frac{4}{7}$ qcm. $\frac{1}{22}$ davon ist $\frac{1}{11}$ von $226\frac{2}{7} = 20\frac{4}{7}$. 7 mal $20\frac{4}{7}$ ist 144. $\sqrt{144} = 12$. Der Durchmesser beträgt **24** dm oder **2** dm **4** cm).

20. In einem Garten befindet sich ein kreisförmiger Teich von 14 m Durchmesser. Der Teich ist mit einem Zaune umgeben, welcher überall 1 m vom Rande des Weihers absteht. Wie groß ist der Raum zwischen Teich und Zaun?

Aufl.: Hat der Teich 14 m Durchmesser, dann beträgt sein Inhalt 7 mal 7 mal $\frac{22}{7}$ = 7 mal 22 oder 154 qm. Ist der Zaun überall 1 m vom Teiche entfernt, dann hat der Durchmesser durch den ganzen eingefriedigten Raum 16 m, der Halbmesser also 8 m. Der ganze Inhalt beträgt dann 8 mal 8 mal $3\frac{1}{7}$ oder 64 mal $3\frac{1}{7}$ = 192 und $9\frac{1}{7}$ oder $201\frac{1}{7}$ qm.

154 qm hat der Teich, $201\frac{1}{7}$ qm hat der ganze eingefriedigte Raum; folglich bleibt zwischen Teich und Zaun ein Raum von **$47\frac{1}{7}$** qm übrig.

21. Der Inhalt eines Kreises beträgt 9 qdm $8\frac{2}{7}$ qcm. Welches ist sein Umfang und der eines in diesen Kreis gezeichneten größten regulären Sechsecks?

Aufl.: Bei diesem in den Kreis eingeschriebenen Sechseck ist der Radius des Kreises gleich der Seite des Sechsecks. Aus der Seite läßt sich der Umfang bestimmen. Nun ist der Radius gleich der Quadratwurzel aus dem durch $3\frac{1}{7}$ geteilten Inhalt. Der Kreisinhalt beträgt 9 qdm $8\frac{2}{7}$ qcm oder $908\frac{2}{7}$ qcm. $\frac{1}{22}$ hievon ist gleich $\frac{1}{11}$ von $454\frac{1}{7}$ oder $41\frac{2}{7}$. 7 mal $41\frac{2}{7}$ ist 289. Die Wurzel aus 289 ist 17. Beträgt der Radius des Kreises 17 cm, dann ist sein Umfang 2 mal 17 mal $3\frac{1}{7}$ cm. Das ist 34 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$106\frac{6}{7}$** cm.

Ist der Radius dieses Kreises gleich der Seite des eingeschriebenen Sechsecks, dann ist der Umfang des Sechsecks 6 mal 17 cm. Das ist **102** cm.

Der Umfang des eingeschriebenen Kreises beträgt also **$106\frac{6}{7}$** cm und der Umfang des eingeschriebenen Sechsecks beträgt **102** cm.

22. Ein reguläres Fünfeck von 9,4 dm Seitenlänge und ein Kreis haben den gleichen Inhalt, nämlich 154 qdm. In welchem Verhältnisse stehen ihre Umfänge?

Aufl.: Hat das reguläre Fünfeck 9,4 dm Seitenlänge, dann beträgt sein Umfang 5 mal 9,4 oder **47** dm. Der Kreis hat einen Flächeninhalt von 154 qdm. Sein Radius ist gleich der Quadratwurzel aus dem durch $3\frac{1}{7}$ geteilten Inhalt. $\frac{1}{22}$ von 154 ist $\frac{1}{11}$ von 77 oder 7. $\frac{7}{22}$ mal 154 ist dann 49. Die Wurzel aus 49 ist 7. Beträgt der Radius 7 dm, dann hat der Durchmesser 14 dm und der Umfang beträgt dann $\frac{22}{7}$ mal 14 oder 22 mal 2 = **44** dm.

Die Umfänge des Fünfecks und des Kreises verhalten sich also zu einander wie **47** zu **44**.

23. Der Inhalt eines Kreises beträgt 6 qm, der eines anderen 4 qm $18\frac{2}{7}$ qdm. Wie groß muß der Radius eines dritten Kreises sein, welcher so groß ist als die beiden ersten Kreise zusammen?

Aufl.: Hat der erste Kreis 6 qm und der zweite 4 qm $18\frac{2}{7}$ qdm, dann hat der dritte Kreis, der so groß wie die beiden ersten sein soll, 600 und $418\frac{2}{7}$ oder $1018\frac{2}{7}$ qdm. Der Radius dieses Kreises ist gleich der Quadratwurzel aus dem $3\frac{1}{7}$. Teile von $1018\frac{2}{7}$ dm. $\frac{1}{22}$ von $1018\frac{2}{7}$ ist $\frac{1}{11}$ von $509\frac{1}{7}$ oder $46\frac{2}{7}$. 7 mal $46\frac{2}{7}$ ist 324. Die Wurzel aus 324 ist 18. Der Radius dieses dritten Kreises hat also **18** dm oder **1** m **8** dm.

24. Der Halbmesser eines Kreises beträgt 1 dm 2 cm. Wie groß ist der Inhalt eines $\frac{7}{2}$ mal (eines $3\frac{1}{2}$ mal) so großen Kreises?

Aufl.: Bei einem Halbmesser von 1 dm 2 cm oder 12 cm beträgt der Inhalt des Kreises 12 mal 12 mal $3\frac{1}{7}$ qcm. Das sind 144 mal $3\frac{1}{7}$ oder 432 und $20\frac{4}{7}$ = $452\frac{4}{7}$ qcm oder 4 qdm $52\frac{4}{7}$ qcm. Hat ein zweiter Kreis einen $\frac{7}{2}$ mal so großen Inhalt, dann beträgt derselbe 3 mal 2 qdm $26\frac{2}{7}$ qcm. Demnach hat er **6** qdm **$78\frac{6}{7}$** qcm.

(Ein $3\frac{1}{2}$ mal so großer Kreis hat $\frac{7}{2}$ mal 4 qdm $52\frac{4}{7}$ qcm zum Inhalte. $\frac{1}{2}$ hievon ist 2qdm $26\frac{2}{7}$ qcm und 7 mal soviel ist **15** qdm **84** qcm.

25. In einen Kreis von 20 qdm 79 qcm Inhalt soll ein zweiter konzentrischer Kreis so eingezeichnet werden, daß dessen Inhalt nur $\frac{2}{3}$ des vorigen gleich kommt. Wie groß ist der Radius des letzteren?

Aufl.: Der Inhalt des zweiten Kreises ist $\frac{2}{3}$ von dem des ersten mit einem Inhalte von 20 qdm 79 qcm. $\frac{1}{3}$ hievon ist 6 qdm 93 qcm, 2 mal 6 qdm 93 qcm ist 13 qdm 86 qcm. Der Inhalt des zweiten Kreises beträgt also 13 qdm 86 qcm oder 1386 qcm. Der Radius ist dann gleich der Quadratwurzel aus dem $\frac{22}{7}$. Teile von 1386. $\frac{1}{22}$ von 1386 ist gleich $\frac{1}{11}$ von 693 oder 63 und 7 mal 63 ist 441. Die Wurzel aus 441 ist 21. Demnach beträgt der Radius des zweiten Kreises **21** cm oder **2** dm **1** cm.

26. Von zwei konzentrischen Kreisen hat der eine 154 qdm und der andere $50\frac{2}{7}$ qdm Inhalt. Um wieviel ist der Durchmesser des letzteren kleiner als der des ersteren?

Aufl.: Der eine Kreis hat 154 qdm Inhalt. Sein Radius ist gleich der Quadratwurzel aus dem $3\frac{1}{7}$. Teile von 154 dm. $\frac{1}{22}$ von 154 ist $\frac{1}{11}$ von 77 oder 7 und das 7fache hievon ist 49. Die Wurzel aus 49 ist 7. Beträgt der Radius des ersten Kreises 7 dm, dann ist sein Durchmesser **14** dm.

Der Inhalt des zweiten Kreises ist $50\frac{2}{7}$ qdm. $\frac{1}{22}$ von $50\frac{2}{7}$ oder von $\frac{352}{7}$ ist $\frac{1}{11}$ von $\frac{176}{7}$ oder $\frac{16}{7}$. Das Siebenfache hievon ist 16. Die Wurzel aus 16 ist 4. Beträgt der Radius des zweiten Kreises 4 dm, dann ist der Durchmesser **8** dm.

Der Durchmesser des ersten Kreises hat 14 dm, der des zweiten 8 dm. Folglich ist der Durchmesser des letzteren um 14 weniger 8, also um **6** dm kleiner als der des ersteren.

27. Das Wasser eines Springbrunnens wird in einem kreisrunden Bassin von $2\frac{1}{2}$ m Radius aufgefangen. Wie groß ist die Oberfläche des Wassers und der Umfang des Bassins?

Aufl.: Beträgt der Radius des Bassins $2\frac{1}{2}$ m, dann hat die Wasseroberfläche $\frac{5}{2}$ mal $\frac{5}{2}$ mal $3\frac{1}{7}$ qm. $\frac{25}{4}$ ist $6\frac{1}{4}$. 6 mal $3\frac{1}{7}$ ist $18\frac{6}{7}$ und $\frac{1}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{1}{2}$ mal $\frac{11}{7}$ oder $\frac{11}{14}$. $18\frac{12}{14}$ und $\frac{11}{14}$ ist $19\frac{9}{14}$. Die Wasserfläche hat also **$19\frac{9}{14}$** qm.

Bei einem Radius von $2\frac{1}{2}$ m hat der Umfang des Bassins 5 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$15\frac{5}{7}$** m.

28. Ein Kreis hat 616 qdm, ein anderer $707\frac{1}{7}$ qdm Inhalt. Wie groß ist die Differenz ihrer Umfänge?

Aufl.: Der erste Kreis hat 616 qdm. Sein Radius ist gleich der Quadratwurzel aus diesem durch die Ludolfine geteilten Inhalte. $\frac{1}{22}$ von 616 oder $\frac{1}{11}$ von 308 ist 28 und 7 mal 28 ist 196. Die Wurzel aus 196 ist 14. Beträgt der Radius 14 dm, dann ist der Durchmesser 28 dm und der Umfang 28 mal $\frac{22}{7}$ = 4 mal 22 oder 88 dm = **8** m **8** dm.

Der zweite Kreis hat $707\frac{1}{7}$ qdm Inhalt. $\frac{1}{22}$ hievon ist gleich $\frac{1}{11}$ von $353\frac{4}{7}$ oder $32\frac{1}{7}$. 7 mal $32\frac{1}{7}$ ist 225. Die Wurzel aus 225 ist 15. Bei einem Radius von 15 dm be-

trägt der Kreisumfang 30 mal $3\frac{1}{7}$ oder $94\frac{2}{7}$ dm = **9** m $4\frac{2}{7}$ dm.

Der Unterschied der Umfänge beträgt daher 9 m $4\frac{2}{7}$ dm weniger 8 m 8 dm, also $6\frac{2}{7}$ dm.

29. Ein Kreis hat einen Umfang von $25\frac{1}{7}$ dm, ein anderer einen solchen von $31\frac{3}{7}$ dm. Wie groß ist der Unterschied ihrer Inhalte?

Aufl.: Beträgt beim ersten Kreise der Umfang $25\frac{1}{7}$ dm, dann ist sein Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $25\frac{1}{7}$ dm. $\frac{1}{22}$ hievon ist $1\frac{1}{7}$ und 7 mal $1\frac{1}{7}$ ist 8. Bei einem Durchmesser von 8 dm hat dieser Kreis einen Radius von 4 dm. Sein Inhalt ist dann 16 mal $3\frac{1}{7}$ qdm oder **$50\frac{2}{7}$** qdm.

Der Umfang des zweiten Kreises beträgt $31\frac{3}{7}$ dm. Sein Durchmesser beträgt $\frac{7}{22}$ hievon. $\frac{1}{22}$ von $31\frac{3}{7}$ dm ist $1\frac{3}{7}$. 7 mal $1\frac{3}{7}$ ist 10. Hat der Durchmesser 10 dm, dann hat der Radius des Kreises 5 dm und sein Inhalt 25 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$78\frac{4}{7}$** qdm.

Der erste Kreis hat also $50\frac{2}{7}$ qdm, der zweite Kreis hat $78\frac{4}{7}$ qdm Inhalt; demnach ist der zweite um **$28\frac{2}{7}$** qdm größer als der erste.

30. Eine Kugel hat einen Durchmesser von $1\frac{3}{4}$ ($2\frac{6}{11}$, $2\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{5}$) dm. Wie groß ist der Inhalt ihres größten Durchschnittes?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser der Kugel $1\frac{3}{4}$ oder $\frac{7}{4}$ dm, dann ist der Radius $\frac{7}{8}$ dm. Der größte Durchschnitt der Kugel hat dann $\frac{7}{8}$ mal $\frac{7}{8}$ mal $\frac{22}{7}$ oder $\frac{7}{8}$ mal $\frac{11}{4}$ = $\frac{77}{32}$ qdm. Das sind **$2\frac{13}{32}$** qdm.

(Bei einem Durchmesser von $2\frac{6}{11}$ dm oder $\frac{28}{11}$ dm beträgt der Radius $\frac{14}{11}$ dm. Der größte Durchschnitt der Kugel hat dann $\frac{14}{11}$ mal $\frac{14}{11}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{14}{11}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 2 mal 2 oder 4. 4 mal $\frac{14}{11}$ ist $\frac{56}{11}$ oder $5\frac{1}{11}$. Dieser Querschnitt hat also **$5\frac{1}{11}$** qdm.

Bei $2\frac{1}{3}$ dm Durchmesser ist der Radius $1\frac{1}{6}$ dm groß. Der Inhalt des größten Kugeldurchschnittes beträgt dann $\frac{7}{6}$ mal $\frac{7}{6}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{6}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{3}$ und $\frac{7}{6}$ mal $\frac{11}{3}$ ist $\frac{77}{18}$ oder $4\frac{5}{18}$. Der Durchschnitt hat also **$4\frac{5}{18}$** qdm.

Ist der Durchmesser $1\frac{2}{5}$ oder $\frac{7}{5}$ dm groß, dann hat der Radius $\frac{7}{10}$ dm. Der größte Durchschnittsinhalt ist dann $\frac{7}{10}$ mal $\frac{7}{10}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{10}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{5}$ und $\frac{11}{5}$ mal $\frac{7}{10}$ ist $\frac{77}{50}$ oder $1\frac{27}{50}$. Der Durchschnitt hat demnach **$1\frac{27}{50}$** qdm oder **1,54** qdm).

31. Ein kreisrundes Gartenbeet von 2 m 4 dm Durchmesser soll $\frac{2}{3}$ so groß werden, als es vorher war. Um wieviel wird dasselbe kleiner?

Aufl.: Hat der Durchmesser dieses Beetes 2 m 4 dm, dann hat sein Radius 1 m 2 dm oder 12 dm. Sein Inhalt ist dann 12 mal 12 mal $3\frac{1}{7}$ qdm. Das sind 144 mal $3\frac{1}{7}$ oder 432 und $20\frac{4}{7}$, also $452\frac{4}{7}$ qdm. Nun soll es nur $\frac{2}{3}$ so groß werden, als es war. $\frac{1}{3}$ von $452\frac{4}{7}$ qdm sind $150\frac{6}{7}$ qdm. 2

mal soviel ist $301\frac{5}{7}$ qdm. Vorher hatte das Beet $452\frac{4}{7}$ qdm, jetzt hat es $301\frac{5}{7}$ qdm. Folglich ist es um **150**$\frac{6}{7}$ qdm oder um **1** m **50**$\frac{6}{7}$ qdm kleiner als vorher.

32. Der Radius eines Kreises beträgt 7 dm. Wie groß ist die Fläche eines Ausschnittes von 30° (45°, 180°, 90°, 60°)?

Aufl.: Teilt man den Inhalt eines Kreises durch 360, dann erhält man den Inhalt eines Kreisausschnittes von 1°. Hat ein Kreisausschnitt 30°, dann ist sein Inhalt 30 mal so groß. Beträgt also der Radius eines Kreises 7 dm, dann ist sein Inhalt 7 mal 7 mal $\frac{22}{7}$ = 7 mal 22 oder 154 qdm. Hat der Ausschnitt 30°, dann ist dessen Inhalt $\frac{30}{360}$ mal 154 qdm. Das ist $\frac{1}{12}$ mal 154 oder **12**$\frac{5}{6}$ qdm.

(Bei einem Ausschnitte von 45° und dem gleichen Radius des Kreises beträgt der Inhalt des Ausschnittes $\frac{45}{360}$ mal 154 qdm. Das ist $\frac{1}{8}$ mal 154 oder **19**$\frac{1}{4}$ qdm.

Bei 180° hat die Fläche des Ausschnittes $\frac{180}{360}$ mal oder $\frac{1}{2}$ mal 154 qdm, also **77** qdm.

Wenn der Ausschnitt 90° hat, dann ist sein Inhalt $\frac{90}{360}$ mal oder $\frac{1}{4}$ mal 154 qdm. Folglich beträgt er **38**$\frac{1}{2}$ qdm.

Hat der Ausschnitt 60°, dann ist sein Inhalt $\frac{60}{360}$ mal 154 qdm. Das ist $\frac{1}{6}$ mal 154 oder **25**$\frac{2}{3}$ qdm).

33. Bei einer Scheibe hat das Schwarze einen Radius von 7 mm und das Weiße ist zuletzt von einem Kreise begrenzt, welcher einen Radius von 7,7 cm hat. Wie groß ist bei dieser Scheibe der Unterschied der Inhalte des Schwarzen und des Weißen?

Aufl.: Hat das Schwarze einen Radius von 7 mm, dann ist sein Inhalt 49 mal $\frac{22}{7}$ = 7 mal 22 oder 154 qmm = **1** qcm **54** qmm.

Hat der Kreis einen Radius von 7,7 cm, dann schließt er eine Fläche ein, welche einen Inhalt von 7,7 mal 7,7 mal $\frac{22}{7}$ qcm hat. 7,7 mal $\frac{22}{7}$ = 1,1 mal 22 oder 24,2. 7 mal 24,2 ist 169,4 und 0,7 mal 24,2 ist 16,94. 169,4 und 16,94 ist 186,34. Die ganze Kreisfläche hat also **186,34** qcm.

Nun muß von diesem Inhalte der Flächeninhalt des Schwarzen in Abrechnung gebracht werden. 186,34 qcm weniger 1 qcm 54 qmm sind **184,8** oder **184**$\frac{4}{5}$ qcm. So groß ist der Unterschied beider Inhalte.

34. Ein Kreis hat einen Flächeninhalt von $28\frac{2}{7}$ qdm. Wie lang ist sein Bogen von 90° und wie groß ist der dazu gehörige Kreissektor, wenn derselbe als Dreieck berechnet wird?

Aufl.: Beträgt der Flächeninhalt $28\frac{2}{7}$ qdm, dann erhält man das Quadrat des Radius, wenn man diese Zahl für den Inhalt durch die ludolfische Zahl teilt. $28\frac{2}{7}$ sind $\frac{198}{7}$. $\frac{22}{7}$ sind in $\frac{198}{7}$ 9 mal enthalten. Der einfache Halbmesser entspricht

der Quadratwurzel aus 9, ist also 3 dm lang. Dann hat der Durchmesser 6 dm und der Umfang $3\frac{1}{7}$ mal 6 dm oder $18\frac{6}{7}$ dm. Das sind $\frac{132}{7}$ dm. Bei einem Kreisausschnitte von 1° hat der dazu gehörige Bogen den 360. Teil von $\frac{132}{7}$ und bei 90° hat derselbe 90 mal soviel. Der 360. Teil von 132 ist $\frac{33}{90}$ und 90 mal $\frac{33}{90}$ ist 33. Bei einem Umfange von 132 dm hätte der Bogen demnach 33 dm, bei einem Umfange von $\frac{132}{7}$ hat der Bogen aber nur den 7. Teil von 33 dm, also **$4\frac{5}{7}$** dm.

Betrachtet man den Kreissektor als Dreieck, dann ist der Radius des Kreises von 3 dm die Höhe und der Bogen von $4\frac{5}{7}$ dm die Basis des Dreiecks. Der Inhalt ist dann $\frac{3}{2}$ mal $4\frac{5}{7}$ qdm. $\frac{1}{2}$ von $4\frac{5}{7}$ ist $2\frac{5}{14}$ und $\frac{3}{2}$ sind dann $7\frac{1}{14}$. Der Inhalt des Kreisausschnittes beträgt also **$7\frac{1}{14}$** qdm.

III. Teil.

Stereometrie.

A. Würfel.

Bemerkung: Der körperliche Inhalt eines Würfels wird gefunden, wenn man eine Kante (x) desselben kubiert. In Zeichen:

$$J = x^3$$

Daraus folgt:

$$x = \sqrt[3]{J}.$$

1. Die Kante eines Würfels mißt $\frac{1}{2}$ dm, die eines anderen $2\frac{1}{3}$ dm. Welches ist der Kubikinhalt beider?

Aufl.: Mißt eine Kante $\frac{1}{2}$ dm, dann ist der Inhalt des Würfels $\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ cdm, also $\frac{1}{8}$ cdm. Hat die Kante des zweiten Würfels $2\frac{1}{3}$ dm oder $\frac{7}{3}$ dm, dann ist dessen Inhalt $\frac{7}{3}$ mal $\frac{7}{3}$ mal $\frac{7}{3}$ oder $\frac{343}{27}$ cdm, also **$12\frac{19}{27}$** cdm.

2*. Die Kanten dreier Würfel verhalten sich zu einander wie 2 zu 3 zu 5. Welches sind deren Inhalte und in welchem Verhältnisse stehen diese zu einander, wenn die Seite des mittleren Würfels 1 dm 2 cm lang ist?

Aufl.: Hat die Seite des mittleren Würfels 1 dm 2 cm oder 12 cm, dann hat bei dem gegebenen Verhältnisse die Seite des ersten Würfels $\frac{2}{3}$ mal 12 cm und die Seite des dritten Würfels $\frac{5}{3}$ mal 12 cm. $\frac{1}{3}$ von 12 cm sind 4 cm. Die Seite des ersten Würfels hat also 2 mal 4 oder 8 cm und die des dritten hat 5 mal 4 oder 20 cm.

Bei einer Seitenlänge von 8 cm hat der erste Würfel einen Inhalt von 8 mal 8 mal 8 oder **512** ccm. Der zweite Würfel hat 12 mal 12 mal 12 oder 144 mal 12 = 1440 und 288 oder **1728** ccm Inhalt.

Der dritte Würfel mit einer Seitenlänge von 20 cm hat zum Inhalte 20 mal 20 mal 20 oder **8000** ccm oder **8** cdm.

Die Inhalte der drei Würfel mit einem Seitenverhältnisse von 2 zu 3 zu 5 oder von 1 zu $\frac{3}{2}$ zu $\frac{5}{2}$ verhalten sich zu einander wie die Kubikzahlen von 1, $\frac{3}{2}$ und $\frac{5}{2}$, also wie 1^3 zu $(\frac{3}{2})^3$ zu $(\frac{5}{2})^3$, somit wie 1 zu $\frac{27}{8}$ zu $\frac{125}{8}$ oder wie **1** zu **$3\frac{3}{8}$** zu **$15\frac{5}{8}$**.

Oder: Die Inhalte dieser drei Würfel stehen im Verhältnisse von 512 zu 1728 zu 8000 oder von 1 zu $3\frac{192}{512}$ zu $15\frac{320}{512}$ = **1** zu **$3\frac{3}{8}$** zu **$15\frac{5}{8}$** (oder von **8** zu **27** zu **125**).

3. Die Kante eines Würfels beträgt $2\frac{1}{2}$ cm, die eines anderen $3\frac{1}{3}$ cm. Wie groß sind deren Inhalte und Oberflächen?

Aufl.: Mißt die Kante des einen Würfels $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ cm, dann ist sein Rauminhalt $\frac{125}{8}$ ccm oder **$15\frac{5}{8}$** ccm. Bei einer Kantenlänge von $\frac{5}{2}$ cm hat eine Seite dieses Würfels $\frac{25}{4}$ oder $6\frac{1}{4}$ qcm. Die Oberfläche desselben mit 6 solchen gleich großen Seiten beträgt daher 6 mal $6\frac{1}{4}$ oder **$37\frac{1}{2}$** qcm.

Hat der zweite Würfel eine Kante von $3\frac{1}{3}$ cm oder von $\frac{10}{3}$ cm, dann ist sein kubischer Inhalt $\frac{1000}{27}$ ccm oder **$37\frac{1}{27}$** ccm. Eine Seite dieses Würfels hat $\frac{100}{9}$ oder $11\frac{1}{9}$ qcm und die ganze Oberfläche hat dann **$66\frac{2}{3}$** qcm.

4. Der körperliche Inhalt eines Würfels beträgt 729 (216, 512, 343, 1000) ccm. Wie groß ist dessen Oberfläche?

Aufl.: Beträgt der Inhalt des Würfels 729 ccm, dann ist seine Kante gleich der dritten Wurzel aus 729, also 9 cm. Bei einer Seitenlänge von 9 cm hat jede der 6 Begrenzungsflächen des Würfels 9 mal 9 oder 81 qcm. Die ganze Oberfläche des Würfels beträgt dann 6 mal 81 qcm oder **486** qcm = **4** qdm **86** qcm.

a. Bei einem Kubikinhalt von 216 ccm beträgt die Seitenlänge des Würfels 6 cm, der Inhalt einer Begrenzungsfläche also 6 mal 6 oder 36 qcm und die Gesamtoberfläche 6 mal 36 oder **216** qcm.

b. Beträgt der Würfelinhalt 512 ccm, dann ist die Seitenlänge 8 cm, der Inhalt einer Begrenzungsfläche 8 mal 8 oder 64 qcm und die ganze Oberfläche des Würfels 6 mal 64 oder **384** qcm.

c. Bei 343 ccm Inhalt hat die Seite des Würfels 7 cm und dessen Oberfläche 6 mal 49 oder **294** qcm.

d. Hat ein Würfel 1000 ccm Inhalt, dann beträgt seine Oberfläche 6 mal 100 oder **600** qcm = **6** qdm.

5. Die Diagonale der Seitenfläche eines Würfels beträgt 5 dm. Wie groß ist diese Seitenfläche, wenn die Quadratwurzel von 2 zu $1\frac{2}{5}$ angenommen wird?

Aufl.: Diese Diagonale teilt die Seitenfläche des Würfels in zwei rechtwinklige Dreiecke, von welchen das Quadrat der Diagonale als Hypotenuse gleich ist dem Quadrate der beiden Katheten. Beträgt die Diagonale 5 dm, dann ist ihr Quadrat 25. Wenn nun 25 das Quadrat zweier gleich langer Katheten ($2\,k^2$) ist, dann ist das Quadrat einer Kathete $\frac{25}{2}$ und die Kathete selbst gleich der Quadratwurzel aus $\frac{25}{2}$ oder 5, geteilt durch die Wurzel von 2. Ist diese $1\frac{2}{5}$ oder $\frac{7}{5}$, dann beträgt diese Kathete $\frac{5}{7}$ mal 5 oder $3\frac{4}{7}$ dm. Die Seite des Würfels hat also $3\frac{4}{7}$ dm.

Bei einer Seitenlänge van $3\frac{4}{7}$ oder $\frac{25}{7}$ dm hat eine Begrenzungsfläche des Würfels $\frac{25}{7}$ mal $\frac{25}{7}$ oder $\frac{625}{49}$ qdm. Das sind **$12\frac{37}{49}$** qdm.

6. Die Rauminhalte zweier Würfel verhalten sich zu einander wie 1 zu 8. Wie hoch ist jeder, wenn der größere 1 cbm hat?

Aufl.: Hat der größere Würfel 1 cbm Rauminhalt, dann hat der kleinere bei dem gegebenen Verhältnisse $\frac{1}{8}$ von diesem Inhalte oder $\frac{1}{8}$ von 1000 cdm. Das ist $\frac{1}{4}$ von 500 cdm oder 125 cdm. Bei einem Rauminhalte von 125 cdm ($\frac{1}{8}$cbm) hat dieser Würfel eine Höhe, welche der Kubikwurzel von 125 ($\frac{1}{8}$) entspricht. Diese ist 5 ($\frac{1}{2}$). Folglich ist der kleinere Würfel **5** dm oder $\frac{1}{2}$ m hoch.

Die Höhe des größeren Würfels mit einem Inhalte von 1 cbm beträgt **1** m, da jede, auch die dritte Wurzel aus 1, wieder 1 ist. Oder bei einem Inhalte von 1000 cdm entspricht die Höhe der dritten Wurzel aus 1000, beträgt demnach **10** dm oder **1** m.

7. Das spezifische Gewicht von Blei ist $11\frac{2}{5}$. Wie schwer ist ein Würfel aus diesem Metalle, wenn derselbe eine Höhe von $1\frac{1}{2}$ ($1\frac{2}{3}$) cm hat?

Aufl: Beträgt die Höhe, also auch jede Kantenlinie $1\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ cm, dann ist der Rauminhalt dieses Würfels $\frac{3}{2}$ mal $\frac{3}{2}$ mal $\frac{3}{2}$ oder $\frac{27}{8}$ ccm. Das sind $3\frac{3}{8}$ ccm. 1 ccm Wasser hat 1 g, 1 ccm Blei dagegen $11\frac{2}{5}$ g. $3\frac{3}{8}$ ccm Blei haben daher $3\frac{3}{8}$ mal $11\frac{2}{5}$ g. 3 mal $11\frac{2}{5}$ ist $34\frac{1}{5}$. $\frac{1}{8}$ von $11\frac{2}{5}$ ist $1\frac{17}{40}$ und $\frac{3}{8}$ davon sind $4\frac{11}{40}$. $34\frac{1}{5}$ und $4\frac{11}{40}$ ist $38\frac{19}{40}$. Der Würfel aus Blei wiegt also **$38\frac{19}{40}$** g.

(Bei einer Höhe von $1\frac{2}{3}$ cm hat ein Würfel einen Rauminhalt, welcher dem Kubus von $1\frac{2}{3}$ oder $\frac{5}{3}$ entspricht. Das ist $\frac{125}{27}$. Diese $\frac{125}{27}$ ccm Blei wiegen $\frac{125}{27}$ mal $11\frac{2}{5}$ g. $11\frac{2}{5}$ sind $\frac{57}{5}$. $\frac{125}{27}$ mal $\frac{57}{5} = \frac{25}{27}$ mal 57 oder $\frac{25}{9}$ mal 19. $\frac{1}{9}$ von 19 ist $2\frac{1}{9}$ und das 25fache hievon ist 50 und $\frac{25}{9}$, also $52\frac{7}{9}$. Der Bleiwürfel hat demnach ein Gewicht von **$52\frac{7}{9}$** g).

8. Die Oberfläche eines Würfels beträgt 384 (216, 486, 294) qdm. Welches ist sein Rauminhalt?

Aufl.: Hat die Oberfläche eines Würfels 384 qdm, dann hat eine Seite desselben den 6. Teil hievon, also 64 qdm. Die Kantenlänge ist dann gleich der Quadratwurzel aus 64. Das ist 8. Bei einer solchen Kantenlänge hat der Würfel einen kubischen Inhalt von 8 mal 8 mal 8 oder **512** cdm.

a. Bei einer Oberfläche von 216 qdm hat eine Seite des Würfels den 6. Teil von 216 qdm, also 36 qdm. Die Kantenlänge beträgt dann 6 dm. Somit entspricht der Rauminhalt dieses Würfels der Kubikzahl von 6, beträgt also **216** cdm.

b. Hat der Würfel eine Oberfläche von 486 qdm, dann hat eine Seite 81 qdm und eine Kante mißt 9 dm. Der kubische Inhalt ist dann gleich 9 mal 9 mal 9 oder **729** cdm.

c. Bei 294 qdm Oberfläche hat eine Seite des Würfels den 6. Teil hievon, also 49 qdm. Die Kante mißt dann 7 dm. Folglich ist der Rauminhalt dieses Würfels **343** cdm.

9. Die Höhenlinien zweier Würfel verhalten sich wie 1 zu 2. Wie groß sind ihre Inhalte, wenn der kleinere Würfel eine Oberfläche von 726 qdm hat?

Aufl.: Beträgt die Oberfläche des Würfels 726 qdm, dann ist eine Seite desselben dem 6. Teil hievon gleich, hat also 121 qdm. Bei diesem Quadratinhalte ist die Kantenlänge gleich der Quadratwurzel aus 121, beträgt also 11 dm. Der Inhalt des Würfels entspricht dem Kubus von 11. Das ist 121 mal 11 oder 1210 und 121, also 1331. Der kleinere Würfel hat demnach einen Inhalt von **1331** cdm oder **1** cbm **331** cdm.

Verhalten sich die Höhenlinien der beiden Würfel wie 1 zu 2 und hat der eine Würfel eine Kantenlänge oder eine Höhe von 11 dm, dann hat der zweite eine solche von 22 dm. Sein Inhalt entspricht dann der Kubikzahl von 22. 22 im Quadrat ist 440 und 44 oder 484. 22 mal 484 ist 9680 und 968 oder zusammen 10648. Der zweite Würfel hat also einen Inhalt von **10** cbm **648** cdm.

10. Der körperliche Inhalt eines Würfels ist das vierfache von dem eines anderen. Beide haben zusammen 40 cdm (625 cdm; 3 cbm 645 cdm; 1 cbm 715 cdm). Wie hoch ist der kleinere?

Aufl.: Haben beide Würfel zusammen einen Inhalt von 40 cdm und beträgt der Inhalt des einen das vierfache von dem des kleineren, dann hat letzterer den 5. Teil von 40 cdm zum Inhalte, also 8 cdm. Bei diesem Inhalte entspricht seine Höhe der dritten Wurzel aus 8. Das ist 2. Der kleinere Würfel hat also 2 dm zur Kanten- wie Höhenlinie.

a. Der 5. Teil von 625 cdm ist 125 cdm. Das ist der Inhalt des kleineren Würfels. Seine Kantenlänge, welche seiner Höhe gleicht, entspricht der Kubikwurzel aus 125. Das ist 5. Der Würfel ist also **5** dm oder $\frac{1}{2}$ m hoch.

b. $\frac{1}{5}$ von 3 cbm 645 cdm oder von 3645 cdm beträgt 729 cdm. Die dritte Wurzel aus 729 ist 9. Der Würfel hat also **9** dm zur Höhenlinie.

c. $\frac{1}{5}$ von 1 cbm 715 cdm oder von 1715 cdm sind 343 cdm. $\sqrt[3]{343} = 7$. Der Würfel ist also **7** dm hoch.

11. Der würfelförmige Sockel eines Monuments ist aus Granit gefertigt und hat eine Höhe von $\frac{4}{5}$ (0,9; $1\frac{1}{5}$) m. Wie schwer ist dieser Sockel, wenn das spezifische Gewicht des Granits 2,5 beträgt?

Aufl.: Ist der würfelförmige Sockel $\frac{4}{5}$ m hoch, dann entspricht sein Rauminhalt der Kubikzahl von $\frac{4}{5}$. Er hat also $\frac{64}{125}$ cbm. Das spezifische Gewicht des Granits ist 2,5 oder $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, d. h. der Granit ist $\frac{5}{2}$ mal so schwer als Wasser. Hat nun 1 cbm Wasser 1000 kg (1 t), dann hat 1 cbm Granit $\frac{5}{2}$ mal 1000 kg oder 5 mal 500 = 2500 kg. $\frac{1}{125}$ von 2500 kg sind 20 kg und $\frac{64}{125}$ sind 64 mal 20 kg oder 1280 kg. Der Sockel des Monuments hat also 1280 kg (2560 ℔ oder 25 Ztr. 60 ℔).

(Bei einer Höhe von 0,9 m hat ein Würfel 0,729 cbm. Bei einem spezifischen Gewichte von $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ hat 1 cbm Granit $\frac{5}{2}$ mal 1000 oder 2500 kg. $\frac{1}{1000}$ hievon beträgt $2\frac{1}{2}$ kg und $\frac{729}{1000}$ betragen 729 mal 2 kg = 1458 kg und 729 mal $\frac{1}{2}$ kg oder $364\frac{1}{2}$ kg. Das sind zusammen **$1822\frac{1}{2}$** kg als Gewicht des Sockels (3645 ℔ = 36 Ztr. 45 ℔).

Beträgt die Höhe des Würfels $1\frac{1}{5}$ m oder $\frac{6}{5}$ m, dann ist sein Kubikinhalt $\frac{216}{125}$ cbm. Bei $2\frac{1}{2}$ als spezifisches Gewicht hat ein Granitwürfel von 1 cbm 2500 kg. $\frac{1}{125}$ hievon beträgt 20 kg und $\frac{216}{125}$ betragen 216 mal 20 kg = 4320 kg. Der Sockel hat also **4320** kg (8640 ℔ = 86 Ztr. 40 ℔).

12. Ein Zimmermeister liefert zu einem Brückenbaue das 7 cm starke Bauholz per Quadratmeter um 5 ℳ 60 ₰ (6 ℳ 72 ₰). Wie teuer kommt das Kubikmeter zu stehen?

Aufl.: Dieses Bauholz hat per Quadratmeter einen kubischen Inhalt von 1 mal 1 mal 0,07 oder $\frac{7}{100}$ cbm. Ein ganzes cbm hat aber $\frac{100}{100}$ cbm. 7 ist in 100 $14\frac{2}{7}$ mal enthalten. Demnach kostet 1 cbm $14\frac{2}{7}$ mal 5 ℳ 60 ₰. 14 mal 5 ℳ = 70 ℳ und 14 mal 60 ₰ = 8 ℳ 40 ₰. $\frac{1}{7}$ von 560 ₰ = 80 ₰ und $\frac{2}{7}$ sind dann 1 ℳ 60 ₰. 70 ℳ und 8 ℳ 40 ₰ oder 78 ℳ 40 ₰ und 1 ℳ 60 ₰ sind zusammen 80 ℳ. Folglich kommt das cbm Bauholz auf **80** ℳ zu stehen.

(Die Stärke des Bauholzes von 7 cm ist in der Stärke von 1 m $14\frac{2}{7}$ mal enthalten. Demnach kostet 1 cbm $14\frac{2}{7}$ mal 6 ℳ 72 ₰. 14 mal 6 ℳ = 84 ℳ; 14 mal 72 ₰ = 7 ℳ 20 ₰ und 2 ℳ 88 ₰ oder zusammen 10 ℳ 8 ₰. $\frac{1}{7}$ von 6 ℳ 72 ₰ = 96 ₰ und $\frac{2}{7}$ sind dann 1 ℳ 92 ₰. 84 ℳ und 10 ℳ 8 ₰ oder 94 ℳ 8 ₰ und dazu 1 ℳ 92 ₰ sind im ganzen 96 ℳ. Das cbm Bauholz kostet demnach **96** ℳ.)

13. Zieht man auf einer Seite eines Würfels eine Diagonale, dann mißt diese 7 dm (2 dm 1 cm). Welches ist die Oberfläche und der Inhalt dieses Würfels, die Quadratwurzel von 2 zu $1\frac{2}{5}$ gerechnet?

Aufl.: Diese Diagonale auf einer quadratischen Seite des Würfels ist gleich der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, von welchem jede Kathete gleich ist der Kantenlänge des Würfels. Die Summe der Quadrate beider Katheten ist nun gleich

dem Quadrate von 7, also gleich 49. Das Quadrat einer Kathete ist demnach $\frac{49}{2}$ und die Kathete selbst ist gleich der Quadratwurzel von $\frac{49}{2}$ oder 7, geteilt durch die Wurzel von 2. Diese Wurzel ist $1\frac{2}{5}$ oder $\frac{7}{5}$. 7 getheilt durch $\frac{7}{5}$ ist 5. Die Kante des Würfels hat also 5 dm. Demnach hat die eine Seite 5 mal 5 oder 25 qdm und die ganze Oberfläche 6 mal 25 oder **150** qdm = $1\frac{1}{2}$ qm.

Bei einer Kantenlänge von 5 dm beträgt der Inhalt des Würfels 5 mal 5 mal 5 oder **125** cdm.

(Ist die Diagonale 2 dm 1 cm oder 21 cm lang, dann beträgt ihr Quadrat 21 mal 21 oder 441. Ebenso groß ist die Summe der Quadrate zweier gleich großer Katheten. Dann beträgt das Quadrat einer solchen Kathete $\frac{441}{2}$ und die Kathete selbst ist gleich der Quadratwurzel aus $\frac{441}{2}$, also 21, geteilt durch die Wurzel von 2. Diese ist $1\frac{2}{5}$ oder $\frac{7}{5}$. 21 mal $\frac{5}{7}$ ist 15. Die Würfelkante hat folglich 15 cm oder $1\frac{1}{2}$ dm. Die eine quadratische Begrenzungsfläche des Würfels hat demnach $1\frac{1}{2}$ mal $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ mal $\frac{3}{2}$ oder $\frac{9}{4}$ qdm, also $2\frac{1}{4}$ qdm. Die ganze Oberfläche hat dann 6 mal $2\frac{1}{4}$ qdm = **$13\frac{1}{2}$** qdm. Der Kubikinhalt ist folglich $\frac{9}{4}$ mal $\frac{3}{2}$ oder $\frac{27}{8}$ cdm, also **$3\frac{3}{8}$** cdm).

14. Eine kleine Statue hat einen würfelförmigen Sockel aus Marmor. Welches Gewicht hat dieser Sockel, wenn die Vorderseite desselben $1\frac{9}{16}$ (2,56) qdm hat und das spezifische Gewicht des Marmors 2,8 (2,5) beträgt?

Aufl.: Hat die Vorderseite $1\frac{9}{16}$ qdm oder $\frac{25}{16}$ qdm, dann entspricht die Länge einer Kante des würfelförmigen Sockels der Quadratwurzel aus $\frac{25}{16}$, beträgt also $\frac{5}{4}$ dm. Das Volumen des Sockels beträgt dann $\frac{125}{64}$ cdm. Das spezifische Gewicht des Marmors ist 2,8, d. h. 1 cdm Marmor hat 2,8 kg oder $2\frac{4}{5}$ kg. Das sind $\frac{14}{5}$ kg. $\frac{125}{64}$ cdm haben dann $\frac{125}{64}$ mal $\frac{14}{5}$ kg oder $\frac{25}{32}$ mal 7 kg, also $\frac{175}{32}$ oder $5\frac{15}{32}$ kg. Der Sockel hat demnach ein Gewicht von **$5\frac{15}{32}$** kg.

(Bei einem Quadratinhalt von 2,56 qdm ist eine Kante gleich der Wurzel aus 2,56, also 1,6 oder $1\frac{3}{5}$ dm. Der Kubikinhalt ist dann $\frac{8}{5}$ im Kubus, beträgt also $\frac{512}{125}$ cdm. Das spezifische Gewicht des Marmors ist 2,5 oder $\frac{5}{2}$, d. h. 1 cdm Marmor hat $\frac{5}{2}$ kg. $\frac{1}{125}$ cdm hat den 125. Teil von $\frac{5}{2}$ kg oder den 25. Teil von $\frac{1}{2}$ kg, also $\frac{1}{50}$ kg. $\frac{512}{125}$ cdm haben dann $\frac{512}{50}$ oder $10\frac{12}{50}$ kg = 10,24 kg. Der Sockel wiegt also **10,24** kg).

15. Der Inhalt eines Würfels aus Cedernholz beträgt 216 ccm. Wie schwer ist ein um 1 (2, 3) cm höherer Würfel aus demselben Holze, wenn dessen spezifisches Gewicht zu $\frac{1}{2}$ angenommen wird?

Aufl.: Hat der erste Würfel einen Kubikinhalt von 216 ccm, dann entspricht seine Höhe der Kubikwurzel aus 216. Diese ist 6. Demnach ist dieser Würfel 6 cm hoch. Ist ein anderer

Würfel um 1 cm höher, dann entspricht sein Volumen der Kubikzahl von 7. Diese ist 343. Der zweite Würfel hat also 343 ccm. 1 ccm Wasser hat 1 g, 1 ccm Cedernholz bei einem spezifischen Gewichte von $\frac{1}{2}$ wiegt $\frac{1}{2}$ g. 343 ccm haben demnach $\frac{343}{2}$ oder $171\frac{1}{2}$ g. Der zweite Würfel aus Cedernholz wiegt also **$171\frac{1}{2}$** g.

(Ist der zweite Würfel um 2 cm höher als der erste von 6 cm Höhe, dann entspricht sein Volumen der Kubikzahl von 8. Diese ist 512. Er hat also 512 ccm. Bei einem spezifischen Gewichte von $\frac{1}{2}$ wiegt demnach der zweite Würfel $\frac{512}{2}$ oder **256** g.

Beträgt die Höhe des zweiten Würfels 3 cm mehr als die des ersten von 6 cm Höhe, dann beträgt sein Inhalt 729 ccm. Er wiegt also bei dem spezifischen Gewichte von $\frac{1}{2}$ $\frac{729}{2}$ oder **$364\frac{1}{2}$** g).

16. Ein Sandstein in Form eines Prismas ist $1\frac{1}{2}$ m lang, $\frac{3}{4}$ m breit und $1\frac{1}{3}$ m hoch. Welches Gewicht hat ein würfelförmiger Stein von gleichem Inhalte und aus demselben Material, dessen spezifisches Gewicht $2\frac{1}{2}$ beträgt?

Aufl.: Bei einer Länge von $1\frac{1}{2}$ m und einer Breite von $\frac{3}{4}$ m hat die Grundfläche des prismatischen Steines $1\frac{1}{2}$ mal oder $\frac{3}{2}$ mal $\frac{3}{4}$, also $\frac{9}{8}$ qm. Bei einer Höhe von $1\frac{1}{3}$ m oder $\frac{4}{3}$ m beträgt sein Volumen $\frac{4}{3}$ mal $\frac{9}{8}$ oder $\frac{3}{2}$ cbm. 1 cbm Wasser wiegt 1000 kg (1 t), 1 cbm Sandstein bei einem spezifischen Gewichte von $2\frac{1}{2}$ wiegt $2\frac{1}{2}$ mal 1000 kg. Das sind 2500 kg. Der würfelförmige Sandstein von $\frac{3}{2}$ cbm Rauminhalt wiegt also 2500 kg und 1250 kg oder zusammen **3750** kg (7500 ℔ = 75 Zentner).

17. Eine kubische Kiste von $1\frac{1}{3}$ ($\frac{4}{5}$)m innerer Höhe wird mit Steinsalz gefüllt, dessen spezifisches Gewicht $2\frac{1}{4}$ ist. Wie viele Kilogramm hat die dazu nötige Menge Steinsalz, wenn 10% für die Hohlräume abgerechnet werden?

Aufl.: Hat diese Kiste eine innere Höhe von $1\frac{1}{3}$ oder $\frac{4}{3}$ m, dann faßt sie $\frac{64}{27}$ cbm Steinsalz. Bei einem spezifischen Gewichte von $2\frac{1}{4}$ oder $\frac{9}{4}$ wiegen diese $\frac{9}{4}$ mal $\frac{64}{27}$ mal 1000 kg. $\frac{9}{4}$ mal $\frac{64}{27}$ ist 1 mal $\frac{16}{3}$ oder $5\frac{1}{3}$. 1000 mal $5\frac{1}{3}$ ist 5333,33 . . . Da aber 10% für Hohlräume in Abrechnung zu bringen sind, so bleibt 533,33 . . . weniger übrig. Demnach wiegt das Steinsalz in der Kiste **4800** kg (9600 ℔ = 96 Ztr.).

(Bei einer inneren Höhe von $\frac{4}{5}$ m hat eine kubische Kiste einen Rauminhalt von $\frac{64}{125}$ cbm. Steinsalz von gleichem Volumen wiegt bei einem spezifischen Gewichte von $2\frac{1}{4}$ $\frac{9}{4}$ mal $\frac{64}{125}$ mal 1000 kg. $\frac{9}{4}$ mal $\frac{64}{125}$ ist 9 mal $\frac{16}{125}$ oder $\frac{144}{125}$. 1000 mal $\frac{144}{125}$ ist 40 mal $\frac{144}{5}$ oder 8 mal 144. Das ist 1200 weniger 48, demnach 1152. 10% oder 115,2 hievon abgerechnet bleibt noch 1036,8. Das Steinsalz wiegt also **1036,8** kg).

18. Aus gelbem Wachse, das 0,96 als spezifisches Gewicht hat, werden zwei Würfel von je $4\frac{1}{2}$ cm und 5 cm Seitenlänge geformt. Welches Gewicht hat ein dritter Würfel von gleichem Inhalte und Material wie die beiden ersten?

Aufl.: Hat ein Würfel $4\frac{1}{2}$ cm oder $\frac{9}{2}$ cm als Seitenlänge, dann beträgt sein Rauminhalt $\frac{729}{8}$ oder $91\frac{1}{8}$ ccm. Bei 5 cm Seitenlänge hat ein anderer Würfel 125 ccm. Beide haben demnach zusammen $91\frac{1}{8}$ und 125 oder $216\frac{1}{8}$ ccm. Ein dritter Würfel hat denselben Rauminhalt wie diese beiden. Bei einem spezifischen Gewichte des Wachses von 0,96 haben diese $216\frac{1}{8}$ ccm $216\frac{1}{8}$ mal 0,96 g. $\frac{1}{100}$ von 216 ist 2,16 und $\frac{1}{100}$ von $\frac{1}{8}$ ist $\frac{1}{800}$. 2,16 oder $2\frac{128}{800}$ und $\frac{1}{800}$ sind zusammen $2\frac{129}{800}$. 96 mal 2 ist 192; ferner 96 mal $\frac{129}{800}$ ist 24 mal $\frac{129}{200}$ $= 3$ mal $\frac{129}{25}$ oder $\frac{387}{25} = 15\frac{12}{25}$. 192 und $15\frac{12}{25}$ ist $207\frac{12}{25}$ oder 207,48. Das Gewicht des dritten Würfels beträgt demnach **207,48** g.

19. Ein Würfel aus Speckstein von $3\frac{1}{2}$ cm Seitenlänge soll so verkleinert werden, daß die Seitenlänge nur mehr $2\frac{1}{2}$ cm beträgt. Um wie viel ist jetzt der Rauminhalt weniger als vorher?

Aufl.: Bei einer Seitenlänge von $3\frac{1}{2}$ cm oder $\frac{7}{2}$ cm hat der Würfel ein Volumen von $\frac{343}{8}$ ccm. Das sind $42\frac{7}{8}$ ccm. Beträgt die Seitenlänge nur mehr $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ cm, dann ist der Inhalt $\frac{125}{8}$ ccm. Das sind $15\frac{5}{8}$ ccm. Der Unterschied von $42\frac{7}{8}$ ccm und $15\frac{5}{8}$ ccm beträgt $27\frac{2}{8}$ oder $27\frac{1}{4}$ ccm. Es ist also jetzt der Rauminhalt des Würfels um **$27\frac{1}{4}$** ccm weniger als vorher.

20. Das Volumen eines Granitwürfels beträgt 1 cbm 728 cdm. Wie hoch und wie schwer ist derselbe, wenn das spezifische Gewicht des Granits zu 2,7 angenommen wird?

Aufl.: Beträgt das Volumen dieses Würfels 1 cbm 728 cdm oder 1728 cdm, dann entspricht seine Höhe der Kubikwurzel aus 1728. Das ist 12. Die Höhe des Granitwürfels beträgt also **12** dm odr **1** m **2** dm.

1 cdm Wasser hat 1 kg; 1728 cdm haben dann 1728 kg. Da das spezifische Gewicht des Granits 2,7 ist, so hat dieser Würfel ein Gewicht von 2,7 mal 1728 kg. 2 mal 1728 ist 3456. $\frac{1}{10}$ von 1728 ist 172,8 und $\frac{7}{10}$ sind dann 7 mal 172,8 oder 1209,6. 3456 und 1209,6 ist 4665,6. Demnach wiegt dieser Würfel aus Granit **4665,6** kg (9331,2 ℔ = 93 Ztr. $31\frac{1}{5}$ ℔).

B. Prisma.

Bemerkung: Das Volumen oder der körperliche Inhalt ist gleich dem Produkte aus Grundfläche und Höhe.

In Zeichen: $V = F.h.$

1. Ein prismatisch zugehauener Marmorblock hat eine Grundfläche von $2\frac{1}{2}$ qm und eine Höhe von $\frac{3}{4}$ m. Welchen Inhalt und welches Gewicht hat derselbe, wenn das spezifische Gewicht des Marmors zu $2\frac{1}{2}$ gerechnet wird?

Aufl.: Beträgt die Grundfläche dieses Blockes $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ qm und ist die Höhe desselben gleich $\frac{3}{4}$ m, dann ist der kubische Inhalt $\frac{3}{4}$ mal $\frac{5}{2}$ oder $\frac{15}{8}$ cbm. Das ist **$1\frac{7}{8}$** cbm.

1 cbm Wasser hat 1000 k oder 1 t. $1\frac{7}{8}$ cbm haben daher $1\frac{7}{8}$ t oder $1\frac{7}{8}$ mal 1000 kg. Das sind 1000 kg und, da $\frac{1}{8}$ von 1000 kg gleich ist 125 kg, 7 mal 125 oder 875 kg, also zusammen 1875 kg. Marmor ist $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ mal so schwer als Wasser. Folglich hat dieser prismatische Marmorblock ein Gewicht von $\frac{5}{2}$ mal $\frac{15}{8}$ t = $\frac{75}{16}$ t oder **$4\frac{11}{16}$** t oder auch von $\frac{5}{2}$ mal 1875 kg = 5 mal $937\frac{1}{2}$ kg oder **$4687\frac{1}{2}$** kg (9375 ℔ = **$93\frac{3}{4}$** Ztr.).

2. Ein prismatisches Holzstück ist $1\frac{3}{5}$ m lang und $1\frac{1}{4}$ m breit. Sein Rauminhalt beträgt $1\frac{3}{4}$ cbm. Wie hoch ist dasselbe?

Aufl.: Der Rauminhalt dieses Holzstückes beträgt $1\frac{3}{4}$ cbm. Teilt man diesen Inhalt mit der Zahl für die Grundfläche, so erhält man die Höhenlinie. Bei einer Länge von $1\frac{3}{5}$ oder $\frac{8}{5}$ m und einer Breite von $1\frac{1}{4}$ oder $\frac{5}{4}$ m beträgt die Grundfläche $\frac{8}{5}$ mal $\frac{5}{4}$ oder 2 qm. Der zweite Teil von $1\frac{3}{4}$ oder $\frac{7}{4}$ ist $\frac{7}{8}$. Also ist dieses Holzstück $\frac{7}{8}$ m hoch.

3. Eine quadratische Säule hat eine Höhe von $2\frac{1}{4}$ (3, $1\frac{4}{5}$) m. Die Kante der Basis mißt $\frac{1}{2}$ m. Welches ist der Inhalt und die Oberfläche dieser Säule?

Aufl.: Mißt die Kante der quadratischen Basis $\frac{1}{2}$ m, dann hat die letztere einen Flächeninhalt von $\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ qm. Die Säule ist $2\frac{1}{4}$ oder $\frac{9}{4}$ m hoch. Folglich ist ihr Inhalt $\frac{9}{4}$ mal $\frac{1}{4}$ oder $\frac{9}{16}$ cbm.

Die Oberfläche dieser Säule besteht aus den beiden quadratischen Grundflächen und aus den vier Seitenflächen, welche Rechtecke sind. Die beiden Grundflächen haben 2 mal $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ qm. Die eine Seitenfläche von $\frac{9}{4}$ m Höhe und $\frac{1}{2}$ m Basis hat $\frac{9}{4}$ mal $\frac{1}{2}$ oder $\frac{9}{8}$ qm zum Inhalt. 4 solche Seiten haben dann 4 mal $\frac{9}{8}$ oder $\frac{9}{2}$ = $4\frac{1}{2}$ qm. $\frac{1}{2}$ qm und $4\frac{1}{2}$ qm sind zusammen 5 qm. Die ganze Oberfläche beträgt also **5** qm.

(Bei einer Grundfläche von $\frac{1}{4}$ qm und einer Höhe von 3 m hat die Säule einen Rauminhalt von 3 mal $\frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ cbm. Die beiden Grundflächen haben $\frac{1}{2}$ qm und die vier Seitenflächen haben 4 mal 3 mal $\frac{1}{2}$ oder 6 qm. Die Oberfläche beträgt also **$6\frac{1}{2}$** qm.

Beträgt die Höhe $1\frac{4}{5}$ m und die Grundfläche $\frac{1}{4}$ qm, dann ist der Inhalt $\frac{9}{5}$ mal $\frac{1}{4}$ oder $\frac{9}{20}$ cbm. Die beiden Grundflächen haben $\frac{1}{2}$ qm und die vier Seitenflächen haben 4 mal $\frac{9}{5}$ mal $\frac{1}{2}$ = $\frac{18}{5}$ oder $3\frac{3}{5}$ qm. $\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{10}$ und $3\frac{3}{5}$ oder $3\frac{6}{10}$ sind zusammen $4\frac{1}{10}$. Die ganze Oberfläche beträgt also **$4\frac{1}{10}$** qm).

4. Ein dreiseitiges Glasprisma ist 12 cm lang. Seine Grundfläche ist ein gleichseitiges Dreieck von 14 mm Basis und 12 mm Höhe. Welche Oberfläche und welches Volumen hat dieses Prisma?

Aufl.: Hat die dreiseitige Grundfläche eine Basis von 14 mm und eine Höhe von 12 mm, dann ist ihr Inhalt 7 mal 12 oder 84 qmm. Ebenso groß ist die obere dreiseitige Fläche. Beide Grundflächen haben also 2 mal 84 oder 168 qmm oder 1 qcm 68 qmm. Da die Höhe dieser dreiseitigen Glassäule 12 cm beträgt, so hat die eine der drei Seitenflächen bei einer Basis von 14 mm 12 mal $1\frac{2}{5}$ qcm. Das sind 12 qcm und $4\frac{4}{5}$ qcm, zusammen also $16\frac{4}{5}$ qcm. Die drei Seiten haben dann das dreifache hievon, demnach $50\frac{2}{5}$ qcm. Die ganze Oberfläche dieses Glasprismas beträgt also 1 qcm 68 qmm und 50 qcm 40 qmm oder im ganzen **52** qcm **8** qmm = **52,08** qcm.

Bei einer Grundfläche von 84 qmm oder 0,84 qcm und einer Höhe von 12 cm ist der kubische Inhalt dieses Prismas gleich 12 mal 0,84 oder 8,40 und 1,68 oder zusammen **10,08** ccm.

5. Auf einem Granitcylinder mit $\frac{3}{5}$ m Radius ist eine $2\frac{1}{2}$ m hohe sechsseitige Säule aus Syenit so angebracht, daß deren Grundfläche einem eingeschriebenen regulären Sechsecke entspricht, von welchem jede Seite $\frac{1}{2}$ m von seinem Mittelpunkte entfernt ist. Welches Volumen hat diese Säule?

Aufl.: Die Gundfläche dieser Säule ist ein reguläres Sechseck. Die Seite desselben ist gleich dem Radius von $\frac{3}{5}$ m. Demnach beträgt sein Umfang 6 mal $\frac{3}{5}$ m oder $\frac{18}{5}$ m. Der Inhalt dieses Sechsecks ist gleich dem eines Dreiecks von $\frac{18}{5}$ m Basis und $\frac{1}{2}$ m Höhe. Folglich beträgt der Inhalt $\frac{18}{5}$ mal $\frac{1}{4}$ oder $\frac{9}{10}$ qm.

Bei einer Grundfläche von $\frac{9}{10}$ qm und einer Höhe von $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ m ist der körperliche Inhalt der sechsseitigen Säule $\frac{5}{2}$ mal $\frac{9}{10}$ oder $\frac{9}{4}$ cbm, also **$2\frac{1}{4}$** cbm.

6. Das Volumen einer quadratischen Säule beträgt 2,88 cbm. Ihre Grundfläche hat 0,64 qm. Wie hoch ist diese Säule und wie groß ist ihre freie Oberfläche?

Aufl.: Teilt man mit der Zahl für die Grundfläche in die für das Volumen, so ergibt sich die Höhe dieser Säule. Die Grundfläche beträgt 0,64 qm und das Volumen 2,88 cbm. Der 64. Teil von 288 oder der 8. Teil von 36 ist $4\frac{1}{2}$. Die Säule hat also eine Höhe von **$4\frac{1}{2}$** m.

Hat die Grundfläche 0,64 qm, dann entspricht die Länge einer Grundkante der Quadratwurzel aus 0,64. Diese ist 0,8 oder $\frac{4}{5}$. Die Grundkante mißt also $\frac{4}{5}$ m. Eine der 4 Seitenflächen dieser $4\frac{1}{2}$ m hohen Säule hat demnach zum Inhalte $\frac{4}{5}$ mal $4\frac{1}{2}$ oder $\frac{4}{5}$ mal $\frac{9}{2} = \frac{18}{5}$ oder $3\frac{3}{5}$ qm. Die 4 Seiten-

flächen haben folglich 4 mal soviel, also 14$\frac{2}{5}$ qm. Dazu kommt noch die obere freie quadratische Fläche von 0,64 qm Inhalt. 14$\frac{2}{5}$ oder 14,40 und 0,64 ist 15,04. Demnach beträgt die freie Oberfläche dieser Säule **15,04** qm.

7. Eine Kegelbahn ist 22 m lang und 1,4 m breit. Wieviel Lehm erfordert dieselbe, wenn dieser 15 cm hoch aufgetragen werden soll?

Aufl.: Bei einer Länge von 22 m und einer Breite von 1,4 oder 1$\frac{2}{5}$ m hat die Bahn eine Fläche von 22 mal 1$\frac{2}{5}$ qm. Das sind 22 und 8$\frac{4}{5}$ oder 30$\frac{4}{5}$ qm. Da die Lehmschicht eine Dicke von 15 cm oder von 0,15 m = $\frac{3}{20}$ m erreichen soll, so sind deshalb 30$\frac{4}{5}$ mal $\frac{3}{20}$ cbm Lehm erforderlich. 3 mal 30$\frac{4}{5}$ ist 92$\frac{2}{5}$. Der 20. Teil hievon ist 4$\frac{12}{20}$ und $\frac{2}{100}$ oder 4,62. Man braucht also **4,62** cbm Lehm zu dieser Bahn.

8. In einer Anstalt befindet sich ein Schlafsaal von 12$\frac{1}{2}$ m Länge, 9 m Breite und 3$\frac{1}{2}$ m Höhe. Für wie viele Personen ist derselbe bestimmt, wenn für jede Person 30 cbm Luftraum in Rechnung gebracht werden?

Aufl.: Hat der Saal eine Länge von 12$\frac{1}{2}$ m und eine Breite von 9 m, dann hat seine Bodenfläche 9 mal 12$\frac{1}{2}$ oder 112$\frac{1}{2}$ qm. Die Höhe des Saales beträgt 3$\frac{1}{2}$ m. Sein kubischer Inhalt ist demnach 3$\frac{1}{2}$ mal 112$\frac{1}{2}$ cbm. 3 mal 112$\frac{1}{2}$ ist 337$\frac{1}{2}$, ferner $\frac{1}{2}$ mal 112$\frac{1}{2}$ ist 56$\frac{1}{4}$. 337$\frac{1}{2}$ und 56$\frac{1}{4}$ ist 393$\frac{3}{4}$. Der Saal enthält also 393$\frac{3}{4}$ oder, abgerundet, 390 cbm Luft. Für eine Person werden 30 cbm gerechnet. Der 30. Teil von 390 ist 13. Demnach sind für diesen Saal **13** Personen bestimmt.

9. Ein 4 m langer Eichenblock in Form einer quadratischen Säule hat eine Stärke von 0,7 (0,8; 0,6; 0,5) m. Wie teuer ist derselbe, wenn das Kubikmeter 40 ℳ kostet?

Aufl.: Bei einer Länge von 4 m und einer Stärke von 0,7 m beträgt die Grundfläche des liegenden Eichenstammes 4 mal 8,7 oder 2,8 qm. Sein kubischer Inhalt ist dann 0,7 mal 2,8 oder 1,96 cbm. Kostet 1 cbm 40 ℳ, dann kostet dieser Eichenblock 1,96 mal 40 ℳ. $\frac{1}{100}$ von 40 ℳ ist $\frac{2}{5}$ ℳ und 96 mal $\frac{2}{5}$ ℳ sind 2 mal 19$\frac{1}{5}$ oder 38$\frac{2}{5}$ ℳ. 40 ℳ und 38$\frac{2}{5}$ ℳ sind 78$\frac{2}{5}$ ℳ. Der Eichenblock kostet also **78$\frac{2}{5}$** ℳ.

(a. Die Grundfläche beträgt 4 mal 0,8 oder 3,2 qm. Der Rauminhalt beträgt 0,8 mal 3,2 oder 2,56 cbm. Bei einem Preise von 40 ℳ per cbm kosten diese 2,56 cbm 80 ℳ und 0,56 mal 40 ℳ. Der 100. Teil von 40 ℳ ist $\frac{2}{5}$ ℳ und 56 mal $\frac{2}{5}$ ℳ sind $\frac{112}{5}$ oder 22$\frac{2}{5}$ ℳ. 80 ℳ und 22$\frac{2}{5}$ ℳ sind 102$\frac{2}{5}$ ℳ. Der Eichenblock kostet also **102$\frac{2}{5}$** ℳ.

b. Die Grundfläche hat 4 mal 0,6 oder 2,4 qm. Das Volumen beträgt 0,6 mal 2,4 oder 1,44 cbm à 40 ℳ. $\frac{1}{100}$ von

40 ℳ ist $\frac{2}{5}$ ℳ und $\frac{44}{100}$ sind 44 mal $\frac{2}{5}$ oder $\frac{88}{5}$ = 17$\frac{3}{5}$ ℳ. 40 ℳ und 17$\frac{3}{5}$ ℳ sind 57$\frac{3}{5}$ ℳ. Der Eichenblock kostet also **57$\frac{3}{5}$** ℳ.

c. Grundfläche = 4 mal 0,5 = 2 qm. Rauminhalt = 0,5 mal 2 = 1 cbm à 40 ℳ. Der Eichenblock kommt also auf **40** ℳ zu stehen).

10. Ein Balken in Form einer quadratischen Säule hat eine Gesamtoberfläche von 558 qdm. Welches ist seine Stärke und Länge, wenn erstere 15 mal in letzterer enthalten ist?

Aufl.: Ist die Stärke dieses Balkens 15 mal in der Länge enthalten und beträgt die quadratische Grundfläche oben und unten je einen Teil, dann haben die vier Seitenflächen 4 mal 15 oder 60 solcher Teile. Die Oberfläche von 588 qdm besteht daher aus 60 und 2 oder 62 Teilen. Der 62. Teil von 588 qdm beträgt 9 qdm. Hat die Grundfläche 9 qdm, dann entspricht die Stärke des Balkens der Quadratwurzel aus 9. Diese ist 3. Der Balken ist also **3** dm dick. 15 mal 3 dm sind 45 dm. Demnach ist dieser Balken **45** dm oder **4$\frac{1}{2}$** dm lang.

11. Zum Brennen von Ziegelsteinen wird eine horizontale Lehmschicht von 57$\frac{3}{5}$ cbm und einer Mächtigkeit von 1 m in einer Breite von 6 m ausgehoben. Es ist das Verhältnis der Breite und Länge dieser Schicht in ganzen Zahlen auszudrücken!

Aufl.: Hat die Lehmschicht 57$\frac{3}{5}$ cbm bei einer Mächtigkeit von 1 m, dann wird sie von einer Fläche abgehoben, welche 57$\frac{3}{5}$ qm enthält. Die Breite dieser Fläche beträgt 6 m. Demnach entspricht die Länge dem 6. Teile von 57$\frac{3}{5}$. Das ist 9$\frac{3}{5}$. Die Lehmschicht ist also 9$\frac{3}{5}$ m lang. Folglich ist das verlangte Verhältnis das von 6 zu 9$\frac{3}{5}$ oder von 1 zu 1$\frac{3}{5}$ oder von **5** zu **8**.

12. Ein Ziegelstein (Backstein) ist 30 cm lang, 14 cm breit und 6$\frac{1}{2}$ cm dick. Wie schwer ist derselbe, wenn sein spezifisches Gewicht 2 beträgt?

Aufl.: Bei einer Länge von 30 cm und einer Breite von 14 cm hat die Grundfläche dieses Ziegelsteins 14 mal 30 oder 420 qcm. Die Dicke des Steins beträgt 6$\frac{1}{2}$ cm. 6 mal 420 ist 2520 und $\frac{1}{2}$ mal 420 ist 210. 2520 und 210 ist 2730. Der Ziegelstein hat also 2730 ccm oder 2 cdm 730 ccm. 1 cdm Wasser wiegt 1 kg. Bei einem spezifischen Gewichte von 2 haben 2 cdm des Ziegelsteines 2 mal 2 oder 4 kg. 730 ccm haben dann 730 mal 2 g oder 1460 g, also 1 kg 460 g. Der Backstein hat demnach **5** kg **460** g.

13. Es soll eine Mauer von 25 m Länge, 1 m Dicke und 2 m Höhe aufgeführt werden. Wie viele Backsteine braucht man hiezu, wenn auf das Kubikmeter 275 Stück mit Einschluß der Kalkfugen gerechnet werden?

Aufl.: Hat die Mauer eine Länge von 25 m und eine Dicke von 1 m, so beträgt der Inhalt der Grundfläche derselben 25 qm. Bei einer Höhe von 2 m ist ihr kubischer Inhalt 2 mal 25 oder 50 cbm. Rechnet man auf 1 cbm 275 Backsteine, so braucht man zu 50 cbm 50 mal $2\frac{3}{4}$ Hundert Stück. 50 mal 2 ist 100 und 50 mal $\frac{3}{4}$ ist $12\frac{1}{2}$ mal 3 oder $37\frac{1}{2}$. Also braucht man $137\frac{1}{2}$ Hundert Stück oder **13750** Backsteine.

14. Der Mauergrund eines Hauses von 20 m Länge und 16 m Breite soll $\frac{1}{2}$ m tief und $\frac{3}{4}$ m breit ausgehoben werden. Wie viele Kubikmeter Erde werden dadurch gewonnen?

Aufl.: Der Mauergrund hat zwei Längs- und zwei Breitseiten. Bei einer Länge des Hauses von 20 m und einer Breite der Mauer von $\frac{3}{4}$ m hat jede Längsfläche eine Basis von 20 mal $\frac{3}{4}$ oder 15 qm. Bei einer Tiefe von $\frac{1}{2}$ m werden auf jeder Längsseite 15 mal $\frac{1}{2}$ oder $7\frac{1}{2}$ cbm feste Erde ausgehoben. Das macht bei beiden Längsseiten 2 mal $7\frac{1}{2}$ oder 15 cbm feste Erde.

Da infolge der Mauerdicke von $\frac{3}{4}$ m bei jeder Breitseite 2 mal $\frac{3}{4}$ m oder $1\frac{1}{2}$ m in Abrechnung kommen, so hat jede Breitseite eine Länge von 16 weniger $1\frac{1}{2}$ oder von $14\frac{1}{2}$ m. Die Breite einer solchen Seite beträgt $\frac{3}{4}$ m. Demnach hat die Basis einer Breitseite $\frac{3}{4}$ mal $14\frac{1}{2}$ qm und die beiden Breitseiten haben $\frac{3}{4}$ mal 29 qm oder 3 mal $7\frac{1}{4} = 21\frac{3}{4}$ qm. Bei einer Tiefe von $\frac{1}{2}$ m ergeben sich $\frac{1}{2}$ mal $21\frac{3}{4}$ cbm oder $10\frac{7}{8}$ cbm.

Im ganzen werden also 15 cbm und $10\frac{7}{8}$ cbm, also zusammen **$25\frac{7}{8}$** cbm feste Erde ausgehoben.

15. Um einen Garten einzufriedigen, werden eichene quadratische Säulen von 2 m Länge und mit einer Grundkante von 2 dm in einer Entfernung von je 5 m gesetzt. Was kosten diese, wenn der Garten 45 m lang und 30 m breit ist und das Kubikmeter auf 35 ℳ zu stehen kommt?

Aufl.: Beträgt die Grundkante einer jeden dieser Säulen 2 dm, dann hat deren Grundfläche 2 mal 2 oder 4 qdm. Bei einer Länge von 2 m oder 20 dm hat jede Säule 20 mal 4 oder 80 cdm Rauminhalt. Nun ist der Garten 45 m lang und 30 m breit und auf je 5 m Entfernung kommt 1 Säule zu stehen. 5 ist in 45 9 mal enthalten. Demnach braucht man 9 solcher Säulen und 1 beim Anfange zu jeder Längsseite. Für beide Seiten braucht man daher 2 mal 10 oder 20 Säulen. Auf jede Breitseite bei 30 m Ausdehnung braucht man 5 weitere Säulen, für die beiden Breitseiten also 10 Säulen und demnach im ganzen 20 und 10 oder 30 Säulen.

Hat 1 Säule 80 cdm Rauminhalt, dann haben 30 Säulen 30 mal 80 oder 2400 cdm. Das sind $2\frac{2}{5}$ cbm. Kostet 1 cbm

35 *M*, dann kosten $2\frac{2}{5}$ cbm 70 *M* und 14 *M*, also zusammen **84** *M*.

16. Ein Brett ist 7 m lang, 7 dm breit und 4 cm dick. Welches ist seine Oberfläche und sein Rauminhalt?

Aufl.: Bei einer Länge von 7 m oder 70 dm und einer Breite von 7 dm hat die Grundfläche 70 mal 7 oder 490 qdm. Die Dicke des Brettes beträgt 4 cm oder $\frac{2}{5}$ dm. Demnach ist der Rauminhalt des Brettes 490 mal $\frac{2}{5}$ oder 98 mal 2 = **196** cdm.

Die untere größere Fläche des Brettes hat 490 qdm. Ebensoviel hat die gleich große obere Fläche desselben. Beide haben also 2 mal 490 oder 980 qdm. — Bei einer Dicke des Brettes von 4 cm und einer Länge von 7 m oder 700 cm hat die eine längere Schmalseite 4 mal 700 oder 2800 qcm = 28 qdm. Beide gleich große Schmalseiten haben also 2 mal 28 oder 56 qdm. 980 qdm und 56 qdm sind zusammen 1036 qdm. — Die eine kürzere Schmalseite hat 4 mal 70 oder 280 qcm und beide Schmalseiten haben das Doppelte hievon, also 560 qcm. Das sind $5\frac{3}{5}$ qdm. — 1036 qdm und $5\frac{3}{5}$ qdm sind zusammen $1041\frac{3}{5}$ qdm oder 10 qm $41\frac{3}{5}$ qdm. Die Gesamtoberfläche des Brettes beträgt daher **10** qm **41**$\frac{3}{5}$ qdm.

17. Es soll ein Wassertrog aus Stein ausgehauen werden, welcher 600 Liter Wasser faßt. Wenn dessen innere Breite 6 dm und seine innere Länge $2\frac{1}{2}$ m beträgt, welches ist dann seine innere Tiefe?

Aufl.: Wenn die innere Breite 6 dm oder $\frac{3}{5}$ m und die innere Länge $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ m beträgt, dann hat die Bodenfläche einen Inhalt von $\frac{3}{5}$ mal $\frac{5}{2}$ oder von $\frac{3}{2}$ qm. 600 l sind gleich 600 cdm oder $\frac{3}{5}$ cbm. Teilt man mit der Zahl für die Grundfläche in das Volumen, so erhält man die Zahl für die innere Tiefe. $\frac{3}{2}$ sind in $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$ mal enthalten. Demnach beträgt die innere Tiefe $\frac{2}{5}$ m oder **4** dm.

18. Ein Bienenstock mit beweglichem Baue hat eine lichte Weite von $23\frac{1}{2}$ cm, eine innere Höhe von 40 cm und eine Tiefe von 55 cm. Welchen Luftraum enthält er im Inneren?

Aufl.: Bei einer lichten Weite von $23\frac{1}{2}$ cm und einer lichten Höhe von 40 cm hat die vordere offene Seite 40 mal $23\frac{1}{2}$ qcm. Das sind 920 und 20 oder 940 qcm. Die Tiefe des Stockes beträgt 55 cm. 940 halbe Hundert sind 470 Hundert und 940 mal 5 ist 4700. 470 Hundert und 47 Hundert sind 517 Hundert oder 51700. Das Innere des Bienenstockes faßt also **51700** ccm oder **51**$\frac{7}{10}$ cdm.

19. Auf einem kiesigen Grunde von 9 m Länge und 6 m Breite soll Humus in einer Mächtigkeit von $1\frac{1}{2}$ dm aufgeführt werden. Wie viele Fuhren sind hiezu erforderlich, wenn auf eine Fuhre 0,9 cbm gerechnet werden?

Aufl.: Der Grund ist 9 m lang und 6 m breit. Demnach stellt er eine Fläche von 9 mal 6 oder 54 qm dar. Darauf soll Humus bis zur Höhe von $1\frac{1}{2}$ dm oder von 0,15 m = $\frac{3}{20}$ m aufgeführt werden. Man braucht daher $\frac{3}{20}$ mal 54 cbm Humus. $\frac{1}{20}$ mal 54 ist $2\frac{7}{10}$ und 3 mal soviel ist $8\frac{1}{10}$. Es sind also $8\frac{1}{10}$ cbm Humus erforderlich. Auf 1 Fuhr sind 0,9 cbm zu rechnen. $8\frac{1}{10}$ cbm sind $\frac{81}{10}$ cbm. $\frac{9}{10}$ ist in $\frac{81}{10}$ 9 mal enthalten. Folglich sind **9 Fuhren** hiezu erforderlich.

20. Eine hölzerne Kiste von $1\frac{1}{2}$ m innerer Länge, $\frac{1}{2}$ m innerer Breite und 1 m Tiefe soll zur Aufnahme von Asche mit Schwarzblech á qm 1,40 ℳ beschlagen werden. Was kostet das Material hiezu und wie viele Asche kann die Kiste aufnehmen?

Aufl.: Bei einer Länge von $1\frac{1}{2}$ m und einer Breite von $\frac{1}{2}$ m hat der innere Boden der Kiste eine Fläche von $\frac{1}{2}$ mal $\frac{3}{2}$ oder von $\frac{3}{4}$ qm. Bei einer Tiefe von 1 m kann die Kiste 1 mal $\frac{3}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ cbm Asche fassen.

Zu dieser Bodenfläche von $\frac{3}{4}$ qm kommen noch zwei weitere Längs- und zwei Breitseiten. Bei einer Länge von $1\frac{1}{2}$ m und einer Tiefe von 1 m haben die beiden Längsseiten 2 mal $1\frac{1}{2}$ oder 3 qm. Die beiden Breitseiten haben 2 mal $\frac{1}{2}$ oder 1 qm Fläche. $\frac{3}{4}$ qm und 3 qm und 1 qm sind zusammen $4\frac{3}{4}$ qm. Kostet 1 qm 1,40 ℳ, dann kosten diese $4\frac{3}{4}$ qm 4 mal 1,40 ℳ oder 5,60 ℳ und $\frac{3}{4}$ mal 1,40 ℳ oder 1,05 ℳ. 5,60 ℳ und 1,05 ℳ sind zusammen 6,65 ℳ. Demnach kostet das Schwarzblech zu dieser Kiste **6 ℳ 65 ℳ.**

21. Welchen Druck erleidet der Boden eines Aquariums, wenn dasselbe im Innern 4 dm lang und 2 dm breit ist und das Wasser in einer Höhe von 2 dm darin steht?

Welches ist ferner der Seitendruck, wenn derselbe gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule, welche zur Grundfläche die entsprechende Seitenwand und zur Höhe die Entfernung des Schwerpunktes der Wand vom Niveau des Wassers hat?

Aufl. Bei einer inneren Länge von 4 dm und einer Breite von 2 dm hat die Bodenfläche 4 mal 2 oder 8 qdm. Da das Wasser in einer Höhe von 2 dm im Aquarium steht, so enthält dieses 8 mal 2 oder 16 cdm Wasser. 1 cdm Wasser wiegt 1 kg. Demnach erleidet der Boden einen Druck von **16** kg.

Die eine Längswand des Aquariums stellt eine Fläche von 4 mal 2 oder 8 qdm dar. Diese Fläche wird von einer Wassersäule gedrückt, welche zur Höhe den Abstand des Schwerpunktes der Wand von der Wasseroberfläche hat. Diese Entfernung beträgt hier 1 dm. Folglich drückt auf die eine Längswand eine Wassermenge von 1 mal 8 oder 8 cdm mit einem Gewichte von 8 kg. Die zweite Längswand hat den gleichen Druck auszuhalten. Beide erleiden demnach einen Druck von

2 mal 8 oder 16 kg. — Jede Breitenwand wird mit einem Drucke von 2 mal 2 mal 1 oder von 4 kg gedrückt. Die beiden Breitseiten haben folglich einen Druck von 2 mal 4 oder 8 kg auszuhalten.

Der gesamte Seitendruck beträgt also 16 kg und 8 kg oder **24** kg.

22. In einem Bache mit einer Breite von $1\frac{1}{2}$ m ist durch eine Schleuse das Wasser aufgestaut und dieses steht bis zur Höhe von $\frac{3}{5}$ m an der Schleuse an. Welchen Druck hat diese durch das Wasser auszuhalten?

Aufl.: Die vom Wasser bedeckte Fläche der Schleuse hat eine Ausdehnung von $1\frac{1}{2}$ mal oder von $\frac{3}{2}$ mal $\frac{3}{5}$ qm. Das sind $\frac{9}{10}$ qm. Nun ist der Schwerpunkt des im Wasser stehenden Teils dieser Schleuse vom Wasserspiegel $\frac{3}{10}$ m entfernt. Folglich hat diese Schleuse einen Druck von $\frac{3}{10}$ mal $\frac{9}{10}$ oder von $\frac{27}{100}$ cbm Wasser auszuhalten. 1 cbm Wasser hat ein Gewicht von 1 t oder von 1000 kg. $\frac{1}{100}$ cbm hat dann ein Gewicht von 10 kg und $\frac{27}{100}$ cbm haben ein solches von 27 mal 10 oder von **270** kg. auszuhalten (540 ℔ oder $5\frac{2}{5}$ Ztr.).

23. Ein Parallelepiped ist 7,2 dm hoch, 6 dm breit und 5 dm dick. Ein Würfel hat denselben Inhalt. Welche Höhe und Oberfläche hat dieser?

Aufl.: Bei einer Breite von 6 dm und einer Dicke von 5 dm beträgt der Inhalt der Grundfläche 6 mal 5 oder 30 qdm. Die Höhe ist 7,2 dm. Demnach ist der kubische Inhalt 30 mal 7,2 cdm. Das sind 210 und 6 oder 216 cdm. Das Parallelepiped hat also 216 cdm. Nun hat ein Würfel den gleichen Inhalt. Folglich entspricht dessen Höhe der Kubikwurzel aus 216. Diese ist 6. Der Würfel ist also **6** dm hoch. Eine Seite desselben hat 6 mal 6 oder 36 qdm zum Inhalt und der ganze Würfel mit 6 solchen Seiten hat 6 mal 36 oder **216** qdm zur Oberfläche.

24. Bei einem 8 dm hohen Prisma mißt die Grundlinie seiner Basis, welche ein gleichschenkliges Dreieck ist, 6 dm und deren Höhe 4 dm. Wie groß ist die Oberfläche und der Rauminhalt dieses Prismas?

Aufl.: Hat die Basis der Grundfläche 6 dm bei einer Dreieckshöhe von 4 dm, dann beträgt der Inhalt derselben 6 mal 2 oder 12 qdm. Die gleich große parallele obere Fläche hat ebenfalls 12 qdm. Beide haben also miteinander 24 qdm. Ist das Prisma 8 dm hoch, dann hat die eine Seitenfläche mit der Basis von 6 dm 8 mal 6 oder 48 qdm. Die beiden Grundflächen und diese eine Seitenfläche haben demnach zusammen 24 und 48 oder 72 qdm.

Nun ist noch der Flächeninhalt von zwei weiteren Seitenflächen zu suchen und vorerst die Basis dieser zu bestimmen.

Diese Basis ist gleich der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, von welchem die eine Kathete die Hälfte von 6 dm, also 3 dm mißt, und die andere gleich ist der gegebenen Dreieckshöhe von 4 dm. 3 im Quadrat oder 9 und 4 im Quadrat oder 16 gibt zusammen 25. Die Wurzel aus 25 ist 5. Folglich hat die Basis der noch zu suchenden zwei Seitenflächen 5 dm. Ist das Prisma 8 dm hoch, dann haben diese beiden Seitenflächen miteinander 2 mal 5 mal 8 oder 80 qdm.

72 qdm und 80 qdm sind zusammen 152 qdm. Die Oberfläche dieses Prismas beträgt also **152** qdm.

Bei einer Grunfläche von 12 qdm und einer Höhe von 8 dm ist der körperliche Inhalt dieses Prismas 12 mal 8 oder **96** cdm.

C. Walze oder Cylinder.

Bemerkung: Multipliziert man die Zahl für die Grundfläche mit der für die Höhe, so ergibt sich das Volumen des Cylinders.

In Zeichen: $V = r^2 \pi h$. Daraus folgt:

$$h = \frac{V}{r^2 \pi}, \text{ ferner:}$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}.$$

Bei einem schief abgeschnittenen Cylinder sucht man das arithmetische Mittel aus den beiden Höhenlinien und multipliziert dieses mit der Zahl für die Grundfläche, um den kubischen Inhalt zu finden.

Der Cylindermantel wird als Parallelogramm berechnet.

1. Ein Pfeiler in Form eines Cylinders hat einen Durchmesser von 6 dm und eine Höhe von $3\frac{1}{2}$ m. Welchen Inhalt hat derselbe?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser 6 dm, dann ist der Radius 3 dm. Der kubische Inhalt eines Cylinders ist gleich dem Produkte aus Grundfläche und Höhe, hier also 3 mal 3 mal $\frac{22}{7}$ mal 35 cdm. 3 mal 3 ist 9 und 35 mal $\frac{22}{7}$ ist 5 mal 22 oder 110. 9 mal 110 ist 990. Der kubische Inhalt dieses Pfeilers beträgt also **990** cdm.

2. Ein eichener Baumstamm von 8 m Länge und 0,7 m mittlerem Durchmesser wird per Kubikmeter um 40 *M* verkauft. Wie teuer ist derselbe?

Aufl.: Beträgt der mittlere Durchmesser 0,7 m, dann ist der Halbmesser $\frac{7}{20}$ m. Die Grundfläche beträgt dann $\frac{7}{20}$ mal $\frac{7}{20}$ mal $\frac{22}{7}$ qm. $\frac{7}{20}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{10}$. $\frac{7}{20}$ mal $\frac{11}{10}$ ist $\frac{77}{200}$. Bei einer Länge von 8 m beträgt der kubische Inhalt dann 8 mal

$\frac{77}{200}$ oder $\frac{77}{25}$ cbm. Das sind $3\frac{2}{25}$ cbm. Kostet 1 cbm 40 ℳ, dann kosten $3\frac{2}{25}$ cbm 120 ℳ und $3\frac{1}{5}$ ℳ oder zusammen $123\frac{1}{5}$ ℳ. Der eichene Baumstamm kostet also **$123\frac{1}{5}$** ℳ.

3. Ein cylinderförmiger Keupersandstein hat einen Durchmesser von 1 m 12 cm und eine Höhe von $\frac{1}{2}$ m. Wie schwer ist derselbe, wenn das spezifische Gewicht dieses Sandsteins $2\frac{1}{2}$ ist?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser 1 m 12 cm, dann hat der Radius 56 cm. Der kubische Inhalt beträgt dann 56 mal 56 mal $\frac{22}{7}$ mal 50 ccm. 56 mal $\frac{22}{7}$ ist 8 mal 22 oder 176. 176 mal 50 ist gleich 176 halbe Hundert oder 88 Hundert = 8800. 56 mal 8800 ccm sind 56 mal $8\frac{4}{5}$ cdm. 56 mal 8 ist 448 und 56 mal $\frac{4}{5}$ ist 4 mal $11\frac{1}{5}$ oder $44\frac{4}{5}$. 448 und $44\frac{4}{5}$ ist $492\frac{4}{5}$. Der Sandstein hat also ein Volumen von $492\frac{4}{5}$ cdm.

Beträgt das spezifische Gewicht des Sandsteins $2\frac{1}{2}$, dann wiegt derselbe $2\frac{1}{2}$ mal $492\frac{4}{5}$ kg. 2 mal $492\frac{4}{5}$ ist $985\frac{3}{5}$. $\frac{1}{2}$ mal $492\frac{4}{5}$ ist $246\frac{2}{5}$. $985\frac{3}{5}$ und $246\frac{2}{5}$ ist 1232. Der Stein hat also ein Gewicht von **1232** kg = **1** t **232** kg (2464 ℔ = 24 Zentner 64 ℔).

4. Was kostet ein Keupermühlstein, wenn derselbe einen Durchmesser von 1 m und eine Höhe von $3\frac{1}{2}$ dm hat und das Kubikmeter 90 ℳ kostet?

Aufl.: Dieser Mühlstein stellt einen Cylinder dar mit einem Durchmesser von 1 m und einer Höhe von $3\frac{1}{2}$ dm. Sein Rauminhalt ist daher 5 mal 5 mal $\frac{22}{7}$ mal $\frac{7}{2}$ cdm. $\frac{22}{7}$ mal $\frac{7}{2}$ ist 11 und 25 mal 11 ist 275. Der Stein hat also 275 cdm. Kostet 1 cbm = 1000 cdm 90 ℳ oder 9000 ₰, dann kostet 1 cdm 9 ₰. 275 cdm kosten dann 275 mal 9 ₰ oder 9 mal $2\frac{3}{4}$ ℳ. Das sind 18 ℳ und $6\frac{3}{4}$ ℳ oder zusammen $24\frac{3}{4}$ ℳ. Der Mühlstein kostet demnach **$24\frac{3}{4}$** ℳ.

5. Ein eichener Hackstock von 91 cm Höhe hat 80 cm mittleren Durchmesser. Welches ist sein kubischer Inhalt?

Aufl.: Beträgt der mittlere Durchmesser 80 cm oder 8 dm, dann beträgt der Inhalt seiner Grundfläche 4 mal 4 mal $\frac{22}{7}$ = 16 mal $\frac{22}{7}$ qdm. Nun ist der Hackstock 91 cm oder 9,1 dm hoch. Der kubische Inhalt desselben beträgt daher 16 mal $\frac{22}{7}$ mal 9,1 cdm. $\frac{22}{7}$ mal 9,1 ist 22 mal 1,3. Das ist 22 und 6,6 oder $28\frac{3}{5}$. 16 mal $28\frac{3}{5}$ ist 280 und 6 oder 286, ferner 168 und $3\frac{3}{5}$ oder $171\frac{3}{5}$. 286 und $171\frac{3}{5}$ ist $457\frac{3}{5}$. Der Hackstock hat also ein Volumen von **$457\frac{3}{5}$** cdm.

6. Es wird ein Brunnen mit einem Durchmesser von $1\frac{1}{2}$ m und einer Tiefe von 9,6 m gegraben. Was kostet das, wenn das Kubikmeter ausgehobener Erde auf 2 ℳ zu stehen kommt?

Aufl.: Hat der Brunnen einen Durchmesser von $1\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ m, dann beträgt der Radius desselben $\frac{3}{4}$ m. Die Grundfläche hat dann $\frac{3}{4}$ mal $\frac{3}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ qm. $\frac{3}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{3}{2} \cdot \frac{11}{7}$ oder $\frac{33}{14}$.

Ferner $\frac{3}{4}$ mal $\frac{33}{14}$ ist $\frac{99}{56}$. Bei einer Grundfläche von $\frac{99}{56}$ qm und einer Tiefe von 9,6 m beträgt der kubische Inhalt 9,6 mal $\frac{99}{56}$ cbm. Das sind 1,2 mal $\frac{99}{7}$ oder $1\frac{1}{5}$ mal $14\frac{1}{7}$ cbm. $\frac{1}{5}$ mal $14\frac{1}{7}$ ist $2\frac{4}{5}$ und $\frac{1}{35}$ oder $2\frac{29}{35}$. 1 mal $14\frac{1}{7}$ und $2\frac{29}{35}$ ist $16\frac{34}{35}$. Es wird also eine Erdmasse von **$16\frac{34}{35}$** cbm ausgegraben.

7. In einer Küche stehen 6 cylinderförmige Säulen mit einem Durchmesser von je 9 dm und einer Höhe von 20 m. Welches ist deren freie Oberfläche?

Aufl.: Jede Säule hat einen Durchmesser von 9 dm. Dann beträgt der Umfang einer jeden Säule 9 mal $3\frac{1}{7}$ oder $28\frac{2}{7}$ dm. Bei einer Höhe von 20 m oder von 200 dm beträgt der Mantel einer Säule 200 mal $28\frac{2}{7}$ qdm oder $28\frac{2}{7}$ mal 2 qm. Das sind $56\frac{4}{7}$ qm.

Hat eine Säule einen Mantel von $56\frac{4}{7}$ qm, dann ist die freie Oberfläche von 6 Säulen 6 mal so groß. 6 mal $56\frac{4}{7}$ ist 336 und $3\frac{3}{7}$ oder zusammen $339\frac{3}{7}$. Die gesamte freie Oberfläche beträgt demnach **$339\frac{3}{7}$** qm.

8. Ein kreisrundes Bassin von 4 m Durchmesser enthält 8,8 cbm Wasser. In welcher Höhe steht dasselbe im Basin?

Aufl.: Bei einem Durchmesser von 4 m beträgt der Radius des Bassins 2 m. Die kreisrunde Grundfläche hat dann 2 mal 2 mal 2 mal $\frac{22}{7}$ qm. Das sind $\frac{88}{7}$ qm. Teilt man mit der Zahl für die Grundfläche in die für den kubischen Inhalt, so erhält man die Höhe. 88 ist in 8,8 0,1 mal enthalten und $\frac{88}{7}$ sind darin 0,7 mal enthalten. Das Wasser steht also in dem Bassin in einer Höhe von 0,7 m oder von **7** dm.

9. Ein schief abgeschnittener Cylinder hat einen Umfang von $15\frac{5}{7}$ dm und eine Höhe von 9 dm und 12 dm. Welches ist sein Rauminhalt?

Aufl.: Bei einer Höhe von 9 dm und 12 dm beträgt die mittlere Höhe $\frac{21}{2}$ oder $10\frac{1}{2}$ dm. Der Umfang beträgt $15\frac{5}{7}$ dm oder $\frac{110}{7}$ dm. Der Durchmesser hat dann den $3\frac{1}{7}$. Teil hievon. $\frac{7}{22}$ mal $\frac{110}{7} = \frac{110}{22}$ oder $\frac{10}{2} = 5$. Hat der Durchmesser 5 dm, dann beträgt der Radius $\frac{5}{2}$ dm. Der Inhalt dieses Cylinders ist demnach $\frac{5}{2}$ mal $\frac{5}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ mal $10\frac{1}{2}$ cdm. Das sind $\frac{25}{4}$ mal 22 mal $1\frac{1}{2}$ cdm. $\frac{25}{4}$ mal 22 ist $\frac{25}{2}$ mal 11 oder 25 mal $5\frac{1}{2}$. Das ist 125 und $12\frac{1}{2}$ oder $137\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{2}$ mal soviel ist $137\frac{1}{2}$ und $68\frac{3}{4}$ oder zusammen $206\frac{1}{4}$. Der körperliche Inhalt dieses abgeschnittenen Cylinders beträgt also **$206\frac{1}{4}$** cdm.

10. Welche Höhe hat ein cylindrischer Eisenblock von 7 dm Durchmesser und einem Volumen von 231 cdm?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser dieses Eisenblockes 7 dm, dann ist der Radius $\frac{7}{2}$ dm groß. Die Grundfläche hat dann

$\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 11 und $\frac{7}{2}$ mal 11 ist $\frac{77}{2}$. Die Grundfläche hat also $\frac{77}{2}$ qdm. Teilt man mit der Zahl für die Grundfläche in die für den kubischen Inhalt, dann erhält man die Zahl für die Höhe des Cylinders. Das Volumen des Blockes beträgt 231 cdm. 77 ist in 231 3 mal enthalten und $\frac{77}{2}$ sind darin 6 mal enthalten. Folglich beträgt die Höhe jenes cylindrischen Eisenblockes **6** dm.

11. Eine walzenförmige Säule hat eine Höhe von 3 m und ein Volumen von 6,6 cbm. Welches ist das Quadrat ihres Halbmessers?

Aufl.: Teilt man mit der Zahl für die Höhe in die für das Volumen, so erhält man die Zahl für die Grundfläche dieser Säule. Die Höhe beträgt 3 m, das Volumen 6,6 cbm. Der 3. Teil von 6,6 ist 2,2. Die Grundfläche hat also 2,2 qm. Aus dem Flächeninhalte erhält man das Quadrat des Halbmessers, wenn man mit der ludolfischen Zahl dividiert. 2,2 soll durch $3\frac{1}{7}$ oder $\frac{22}{7}$ geteilt werden. Das ist $\frac{7}{22}$ mal 2,2. $\frac{1}{22}$ von 2,2 ist 0,1; $\frac{7}{22}$ sind dann 7 mal 0,1 oder 0,7. Das Quadrat des Halbmessers der Säule beträgt demnach **0,7** m oder **7** dm.

12. Eine Linde hat einen mittleren Umfang von $3\frac{3}{7}$ m und bis zu den Aesten eine Höhe von 11 m. Wie viele Kubikmeter Holz enthält sie bis zu dieser Höhe?

Aufl.: Aus dem Umfange ergibt sich der Durchmesser durch Division mit der Ludolfine. Der Umfang beträgt $3\frac{3}{7}$ m, die Ludolfine ist $3\frac{1}{7}$. $3\frac{3}{7}$ oder $\frac{24}{7}$ geteilt durch $3\frac{1}{7}$ oder $\frac{22}{7}$ ist gleich 24 geteilt durch 22, also $1\frac{1}{11}$. Der Durchmesser dieser Linde hat also $1\frac{1}{11}$ m. Der Radius beträgt dann die Hälfte hievon, also $\frac{6}{11}$ m. Der Grundflächeninhalt ist dann $\frac{6}{11}$ mal $\frac{6}{11}$ mal $\frac{22}{7}$ cbm. $\frac{6}{11}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 6 mal $\frac{2}{7}$ oder $\frac{12}{7}$; $\frac{6}{11}$ mal $\frac{12}{7}$ ist $\frac{72}{77}$. Die Grundfläche der Linde hat also $\frac{72}{77}$ qm. Das Volumen der 11 m hohen Linde beträgt dann 11 mal $\frac{72}{77}$ oder $\frac{72}{7} = $ **$10\frac{2}{7}$** cbm.

13. Ein eichener Block von 70 cm mittleren Durchmesser und 80 cm Höhe kostet 30 ℳ 80 ₰. Wie teuer ist das Kubikmeter?

Aufl.: Hat der mittlere Durchmesser 70 cm oder 7 dm, dann hat seine Grundfläche $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 11 und $\frac{7}{2}$ mal 11 ist $\frac{77}{2}$ oder $38\frac{1}{2}$. Die Grundfläche hat also $38\frac{1}{2}$ qdm. Beträgt die Höhe dieses Eichenblockes 80 cm oder 8 dm, dann beträgt sein körperlicher Inhalt 8 mal $38\frac{1}{2}$ oder 8 mal $\frac{77}{2} = 4$ mal 77 oder 308 cdm. Kosten nun diese 308 cdm 30 ℳ 80 ₰, dann kostet 1 cdm 10 ₰ und 1 cbm kosten demnach **100** ℳ.

14. Eine Birke hat eine Höhe von 8 m und einen mittleren Durchmesser von $4\frac{1}{2}$ dm. Wie viele Rinde liefert dieselbe?

Aufl.: Ist der Durchmesser $4\frac{1}{2}$ dm oder $\frac{9}{2}$ dm, dann ist der Umfang $\frac{22}{7}$ mal $\frac{9}{2} = \frac{11}{7}$ mal $9 = \frac{99}{7}$ oder $14\frac{1}{7}$ dm. Das Produkt aus der Zahl für den Umfang und die Höhe gibt die Rindenfläche der Birke an. Die Höhe ist 8 m oder 80 dm. 80 mal $14\frac{1}{7}$ ist 1120 und $11\frac{3}{7}$, also zusammen $1131\frac{3}{7}$. Die Birke liefert demnach $1131\frac{3}{7}$ qdm oder **11** qm **$31\frac{3}{7}$** qdm Rinde.

15. Ein gußeiserner Cylinder hat einen Umfang von $25\frac{1}{7}$ dm und eine Länge von 14 dm. Welches ist seine Oberfläche?

Aufl.: Beträgt der Umfang dieses Cylinders $25\frac{1}{7}$ dm, dann hat der Durchmesser desselben $\frac{7}{22}$ mal $25\frac{1}{7}$ dm. $\frac{1}{22}$ hievon ist $1\frac{1}{7}$ und 7 mal $1\frac{1}{7}$ ist 8. Hat der Durchmesser der Grundfläche 8 dm, dann hat der Radius 4 dm. Die Grundfläche hat dann 4 mal 4 mal $3\frac{1}{7}$ qdm. Das sind 16 mal $3\frac{1}{7}$ oder $50\frac{2}{7}$ qdm. Beide kreisrunde Grundflächen haben dann 2 mal $50\frac{2}{7}$ oder $100\frac{4}{7}$ qdm.

Bei einem Umfange von $25\frac{1}{7}$ dm und einer Länge von 14 dm hat der Mantel dieses Cylinders 14 mal $25\frac{1}{7}$ qdm. Das sind 350 und 2 oder 352 qdm.

Die Gesamtoberfläche beträgt demnach $100\frac{4}{7}$ qdm und 352 qdm, also zusammen $452\frac{4}{7}$ qdm oder **4** qm **$52\frac{4}{7}$** qdm.

16. Ein cylinderförmiges Blechgefäß von 6 dm Höhe faßt 2 hl 31 l Wasser. Welchen Umfang hat dasselbe?

Aufl.: Aus dem Inhalte findet man die Grundfläche, wenn man mit der Zahl für die Höhe in die für den Inhalt teilt. Der Inhalt des Gefäßes beträgt 2 hl 31 l oder 231 l. Das sind 231 cdm. Das Gefäß ist 6 dm hoch. Der 6. Teil von 231 ist $38\frac{1}{2}$. Die Grundfläche hat also $38\frac{1}{2}$ qdm oder $\frac{77}{2}$ qdm. Teilt man die Zahl für die Grundfläche mit der ludolfischen Zahl, dann erhält man das Quadrat des Radius. $\frac{7}{22}$ mal $\frac{77}{2} = \frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $\frac{49}{4}$. Ist $\frac{49}{4}$ das Quadrat des Halbmessers, dann ist die Quadratwurzel daraus gleich dem Radius. Dieser beträgt also $\frac{7}{2}$. Der Durchmesser ist dann 7 dm. Folglich beträgt der Umfang 7 mal $\frac{22}{7}$ oder **22** dm = **2,2** m.

17. Welchen Radius hat ein Eichenblock von 3 cbm $394\frac{2}{7}$ cdm Inhalt und 3 m Länge?

Aufl. Teilt man die Zahl für den Inhalt durch die für die Höhe, so ergibt sich die Zahl für die Grundfläche. Der Inhalt beträgt 3 cbm $394\frac{2}{7}$ cdm oder $3394\frac{2}{7}$ cdm und die Höhe 3 m oder 30 dm. Der 30. Teil von 3390 ist 113 und der von $4\frac{2}{7}$ oder von $\frac{30}{7}$ ist $\frac{1}{7}$. Die Grundfläche hat also $113\frac{1}{7}$ qdm. Teilt man diese Zahl durch die Ludolfine, dann erhält man das Quadrat des Halbmessers. $113\frac{1}{7}$ mal $\frac{7}{22} = \frac{792}{7}$ mal $\frac{7}{22}$ oder $\frac{792}{22} = \frac{396}{11}$ oder 36. Ist 36 das Quadrat des Radius, dann entspricht dieser selbst der Wurzel aus 36, ist also 6. Der Halbmesser dieses Eichenblockes beträgt demnach **6** dm.

18. Mittelst eines cylinderförmigen Gefäßes von $1\frac{3}{4}$ dm Radius und 3 dm Höhe soll ein anderes Gefäß von 1 hl $15\frac{1}{2}$ l Inhalt gefüllt werden. Wie oft wird das erste hiebei entleert?

Aufl. Hat der Radius des ersten Gefäßes $1\frac{3}{4}$ dm oder $\frac{7}{4}$ dm, dann hat der Boden dieses Gefäßes $\frac{7}{4}$ mal $\frac{7}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{2}$ und $\frac{7}{4}$ mal $\frac{11}{2} = \frac{77}{8}$ oder $9\frac{5}{8}$. Der Boden hat also $9\frac{5}{8}$ qdm. Bei einer Höhe von 3 dm faßt dieses Gefäß dann 3 mal $9\frac{5}{8}$ oder $28\frac{7}{8}$ cdm oder $28\frac{7}{8}$ l.

Das zweite Gefäß enthält 1 hl $15\frac{1}{2}$ l Wasser. Das sind $115\frac{1}{2}$ l. $28\frac{7}{8}$ ist in $115\frac{1}{2}$ 4 mal enthalten. Darum wird das erste Gefäß **4** mal umgeleert.

19. Ein gußeiserner Cylinder hat im Innern einen Radius von $3\frac{1}{2}$ dm und eine Höhe von 3 dm. Derselbe ist oben in der Mitte mit einer Ansatzröhre von 1,7 m Höhe versehen. Welchen Druck übt das Wasser auf den Boden dieses Cylinders aus, wenn Cylinder und Röhre gefüllt sind?

Aufl.: Hat der Radius $3\frac{1}{2}$ dm oder $\frac{7}{2}$ dm, dann hat der Boden dieses Cylinders eine Fläche von $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 11 und $\frac{7}{2}$ mal 11 ist $\frac{77}{2}$ oder $38\frac{1}{2}$. Die Bodenfläche hat also $38\frac{1}{2}$ qdm.

Ist nun der Cylinder in der Höhe von 3 dm und die Röhre in der Höhe von 1,7 m mit Wasser gefüllt, dann muß der Boden einen Druck aushalten, welcher dem Gewichte einer Wassersäule von 1,7 m und 3 dm oder von 20 dm Höhe und einem Querschnitte von $38\frac{1}{2}$ qdm entspricht. Diese Wassermenge hat 20 mal $38\frac{1}{2}$ oder 770 cdm. Das sind 770 l Wasser mit einem Gewichte von 770 kg. Der Boden des Cylinders hat demnach einen Druck von **770** kg (1540 ℔ = 15 Zentner 40 ℔) auszuhalten.

20. Der kreisförmige Unterbau eines Turmes von 8 m Durchmesser soll bis zur Höhe von 7 m übertüncht werden. Was kostet das, wenn für das Quadratmeter 20 ₰ bezahlt werden?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser 8 m, dann hat der Umfang 8 mal $3\frac{1}{7}$ oder $25\frac{1}{7}$ m. Bei einer Höhe von 7 m beträgt die zu übertünchende Fläche 7 mal $25\frac{1}{7}$ oder 176 qm. Wenn für 1 qm 20 ₰ bezahlt werden, dann kosten 176 qm 176 mal 20 ₰ oder 352 Zehner, also **35** ℳ **20** ₰.

21. Eine Dachrinne von 10 m Länge hat einen äußeren Durchmesser von $8\frac{2}{5}$ cm. Was kostet das zu derselben verwendete Bleiblech, wenn eine Tafel solchen Bleches von 2 qm 5 ℳ kostet?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser $8\frac{2}{5}$ cm, dann hat der Umfang der Röhre $8\frac{2}{5}$ mal $3\frac{1}{7}$ oder $\frac{42}{5}$ mal $\frac{22}{7} = \frac{6}{5}$ mal 22 oder $\frac{132}{5}$ cm. Das sind $26\frac{2}{5}$ cm. Bei einer Länge von 10 m oder von 1000 cm hat der Mantel 1000 mal $26\frac{2}{5}$ oder 26400 qcm oder 264 qdm = 2 qm 64 qdm. Kosten 2 qm 5 ℳ, dann

kosten 2 qdm 5 ₰ und 64 qdm kosten 32 mal 5 ₰ = 160 ₰ oder 1 ℳ 60 ₰. Das nötige Bleiblech kostet demnach 5 ℳ und 1 ℳ 60 ₰ oder zusammen **6 ℳ 60 ₰**.

22. Wie hoch muß ein Würfel sein, wenn derselbe den gleichen Inhalt haben soll wie eine Walze von 8 dm Länge und 216 qdm Querschnitt?

Aufl.: Hat die Walze 8 dm in der Länge und einen Querschnitt von 216 qdm, dann beträgt ihr Volumen 8 mal 216 oder 1728 cdm. Ebensoviel Inhalt soll ein Würfel haben. Dessen Höhe entspricht daher der dritten Wurzel aus 1728. Diese ist 12. Folglich hat der Würfel eine Kantenlänge wie auch eine Höhe von **12** dm oder von **1** m **2** dm.

23. Der kreisförmige Unterbau eines Turmes hat eine Stärke von 1 m, einen äußeren Umfang von $25\frac{1}{7}$ m und eine Höhe von 7 m. Wie viele Kubikmeter hat das Mauerwerk?

Aufl. Beträgt der äußere Umfang $25\frac{1}{7}$ m oder $\frac{176}{7}$ m, dann hat der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $\frac{176}{7} = \frac{88}{11}$ oder 8 m. Bei einem Durchmesser von 8 m hat der Radius 4 m. Bei einer Höhe von 7 m hat der Unterbau dann einen Kubikinhalt von 4 mal 4 mal $\frac{22}{7}$ mal 7 cbm. $\frac{22}{7}$ mal 7 ist 22 und 16 mal 22 ist 220 und 132 oder 352. Der ganze Unterbau hat also einen Rauminhalt von 352 cbm.

Bei einer Mauerstärke von 1 m hat der innere Durchmesser des Unterbaues 8 weniger 2 oder 6 m. Der Radius beträgt dann 3 m. Demnach ist der Kubikinhalt 3 mal 3 mal $\frac{22}{7}$ mal 7 cbm. Das sind 9 mal 22 oder 198 cbm.

352 cbm weniger 198 cbm sind 154 cbm. Das Mauerwerk des Unterbaues enthält also **154** cbm.

D. Pyramide und Pyramidenstumpf.

Bemerkung: Der kubische Inhalt einer Pyramide ist gleich dem dritten Teile des Produktes aus Grundfläche (g) und Höhe (h):

In Zeichen: $J = \frac{1}{3}\,gh$. Daraus folgt:

$$g = \frac{3J}{h} \quad \text{oder} \quad \frac{J}{\frac{1}{3}h}, \text{ ferner:}$$

$$h = \frac{3J}{g} \quad \text{oder} \quad \frac{J}{\frac{1}{3}g}.$$

Die Oberfläche ist gleich der Summe der Grundfläche und der dreieckigen Seitenflächen.

Der körperliche Inhalt einer abgestumpften Pyramide ist annäherungsweise gleich dem Produkte aus dem arithmetischen Mittel der beiden Parallelflächen und der ganzen Höhe.

(Genau: $J = \frac{h}{3}(P + p + \sqrt{Pp})$)

1. Die Grundfläche einer Pyramide hat $1\frac{1}{2}$ (3, 5, 6) qm. Ihre Höhe beträgt $\frac{4}{5}$ (2, $1\frac{1}{2}$, 5) m. Welchen Rauminhalt hat dieselbe?

Aufl.: Hat die Grundfläche einer Pyramide $1\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ qm, und ihre Höhe $\frac{4}{5}$ m, dann ist ihr kubischer Inhalt gleich dem dritten Teile von $\frac{3}{2}$ mal $\frac{4}{5}$ cbm. Das ist $\frac{1}{2}$ mal $\frac{4}{5}$ oder $\frac{2}{5}$ cbm = **0,4** cbm.

(a. Bei einer Grundfläche von 3 qm und einer Höhe von 2 m beträgt der Rauminhalt $\frac{1}{3}$ von 3 mal 2 cbm, also **2** cbm.

b. Hat die Grundfläche 5 qm und beträgt die Höhe $1\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ m, dann ist der kubische Inhalt 5 mal $\frac{1}{2}$ oder **2½** cbm.

c. Bei 6 qm Grundfläche und 5 m Höhe ist der Inhalt 2 mal 5 oder **10** cbm).

2. Der Inhalt einer Pyramide beträgt $7\frac{1}{2}$ (10, 3, $2\frac{1}{2}$) cbm und die Höhe 5 (7, 2, 3) m. Wie groß ist die Grundfläche derselben?

Aufl.: Die Grundfläche einer Pyramide findet man, wenn man mit der Zahl für die Höhe die Zahl für den dreifachen Inhalt teilt oder wenn der Inhalt durch $\frac{1}{3}$ der Höhe dividiert wird. Beträgt der Inhalt $7\frac{1}{2}$ oder $\frac{15}{2}$ qm und die Höhe 5 m, so ist die Grundfläche gleich $\frac{15}{2}$, geteilt durch $\frac{5}{3}$ oder $\frac{15}{2}$ mal $\frac{3}{5} = \frac{3}{2}$ mal 3 oder $\frac{9}{2} =$ **4½** qm.

(a. Bei einem Inhalte von 10 cbm und einer Höhe von 7 m hat die Grundfläche 10 mal $\frac{3}{7}$ oder **4²⁄₇** qm.

b. Beträgt der Inhalt 3 cbm und die Höhe 2 m, dann hat die Grundfläche $\frac{3}{2}$ mal 3 oder **4½** qm.

c. Bei einem Inhalte von $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ cbm und einer Höhe von 3 m hat die Grundfläche $\frac{5}{2}$ mal 1 oder $\frac{5}{2}$ qm).

3. Die Grundfläche einer 15 dm hohen Pyramide aus Gußeisen ist ein Quadrat von 22 dm Umfang. Wie schwer ist dieselbe, wenn das spezifische Gewicht von Gußeisen $7\frac{1}{5}$ ist?

Aufl.: Hat die quadratische Grundfläche 22 dm Umfang, dann beträgt die Kantenlinie $5\frac{1}{2}$ oder $\frac{11}{2}$ dm. Der Inhalt dieser Grundfläche ist dann $\frac{11}{2}$ mal $\frac{11}{2}$ oder $\frac{121}{4}$ qdm. Bei einer Höhe von 15 dm und einem spezifischen Gewichte von $7\frac{1}{5}$ oder $\frac{36}{5}$ hat die Pyramide $\frac{121}{4}$ mal 5 mal $\frac{36}{5}$ k. Das sind $\frac{121}{4}$ mal 36 oder 121 mal 9 = 1089 kg. Die Pyramide hat also **1089** kg (2178 ℔ oder 21 Ztr. 78 ℔).

4. Der Inhalt einer sechsseitigen Pyramide beträgt 104 cdm, der ihrer Grundfläche 13 qdm. Wie hoch ist dieselbe?

Aufl.: Teilt man die Zahl für den Inhalt durch die für den dritten Teil der Grundfläche, dann erhält man die Zahl für

die Höhe der Pyramide. Der Inhalt beträgt 104 cdm, der der Grundfläche 13 qdm. 104 soll durch $\frac{13}{3}$ geteilt werden. Der 13. Teil von 104 ist 8 und 3 mal 8 ist 24. Die Pyramide hat also eine Höhe von **24** dm oder von **2** m **4** dm.

5. Der Umfang der Grundfläche einer quadratischen Pyramide beträgt 64 cm, die Höhe einer jeden Seite 81 cm. Wie groß ist die Oberfläche dieser Pyramide?

Aufl.: Beträgt der Umfang der quadratischen Grundfläche dieser Pyramide 64 cm, dann ist die Seitenlänge derselben Fläche 16 cm. Die Fläche selbst hat dann 16 mal 16 oder 256 qcm = 2 qdm 56 qcm.

Haben die 4 Seitenflächen, welche Dreiecke sind, eine Höhenlinie von 81 cm und eine Basis von 16 cm, dann hat jede einen Flächeninhalt von 8 mal 81 oder 648 qcm = 6 qcm 48 qcm. 4 mal 6 qdm 48 qcm sind 24 qdm und 192 qcm, also 25 qdm 92 qcm. So groß ist der Inhalt der vier Seitenflächen.

Die gesamte Pyramidenoberfläche beträgt daher 2 qdm 56 qcm und 25 qdm 92 qcm oder **28** qdm **48** qcm.

6. Eine abgestumpfte vierseitige Pyramide hat unten eine Kantenlinie von 5 dm und oben eine solche von $3\frac{1}{2}$ dm. Ihre Höhe beträgt 8 dm. Wie groß ist ihr Inhalt?

Aufl.: Ist die untere Kantenlinie 5 dm lang, dann hat die untere Grundfläche 25 qdm Inhalt. Die obere Kante ist $3\frac{1}{2}$ oder $\frac{7}{2}$ dm lang. Der Inhalt dieser Parallelfläche beträgt also $\frac{49}{4}$ oder $12\frac{1}{4}$ qdm. Das arithmetische Mittel aus den beiden Parallelflächen von 25 qdm und $12\frac{1}{4}$ qdm ist die Hälfte von $37\frac{1}{4}$ qdm, demnach $18\frac{5}{8}$ qdm. Nun beträgt die Höhe dieser Pyramide 8 dm. Folglich ist ihr kubischer Inhalt annäherungsweise 8 mal $18\frac{5}{8}$ cdm, also 144 und 5 oder **149** cdm.

7. Die acht gleichen Seiten des pyramidenförmigen Daches eines Turmes haben eine Basis von je $2\frac{1}{2}$ m und eine Höhe von je 7 m. Dasselbe soll mit Schiefer so gedeckt werden, daß von den dazu verwendeten und aufeinander liegenden Platten je 2 qdm frei bleiben. Wie viele Platten braucht man hiezu und was kostet die Bedeckung, wenn das Quadratmeter auf 4 ℳ 20 ₰ zu stehen kommt?

Aufl.: Bei $2\frac{1}{2}$ m oder $\frac{5}{2}$ m Basis und einer Höhe von 7 m hat jede Seite $\frac{5}{4}$ mal 7 oder $\frac{35}{4}$ qm Inhalt. Die 8 Seiten des Turmes haben dann 8 mal $\frac{35}{4}$ oder 2 mal 35 = 70 qm. Nun sollen die Schieferplatten so gelegt werden, daß jede eine 2 qdm frei liegende Fläche bietet. Bei 1 qm oder bei 100 qdm braucht man daher $\frac{100}{2}$ oder 50 Schieferplatten. Bei 70 qm sind demnach 70 mal 50 oder **3500** Schieferplatten erforderlich.

Kostet 1 qm 4 ℳ 20 ₰, dann kosten 70 qm 70 mal 4 ℳ 20 ₰. Das sind 280 ℳ und 14 ℳ oder zusammen **294 ℳ**.

8. Eine Grube hat die Form einer abgestumpften vierseitigen Pyramide. Die Längsseiten messen $2\frac{1}{4}$ m und 2 m und die Breitseiten haben $1\frac{1}{4}$ m und 1 m. Die Höhe ist $1\frac{1}{7}$ m. Wie groß ist ihr Inhalt?

Aufl.: Bei einer Länge von $2\frac{1}{4}$ oder $\frac{9}{4}$ m und einer Breite von $1\frac{1}{4}$ oder $\frac{5}{4}$ m hat die eine Grundfläche $\frac{9}{4}$ mal $\frac{5}{4}$ oder $\frac{45}{16}$ qm $= 2\frac{13}{16}$ qm. Die andere Grundfläche von 2 m Länge und 1 m Breite hat 2 qm. Beide Flächen haben demnach zusammen $4\frac{13}{16}$ qm. Die Mittelzahl aus dem Inhalte dieser beiden Parallelflächen ist daher $2\frac{13}{32}$ qm.

Nun beträgt die Höhe $1\frac{1}{7}$ oder $\frac{8}{7}$ m. Demnach beträgt der kubische Inhalt $\frac{8}{7}$ mal $2\frac{13}{32}$ cbm. 8 mal $2\frac{13}{32}$ ist 16 und $\frac{13}{4}$ oder zusammen $19\frac{1}{4}$. Der 7. Teil von $19\frac{1}{4}$ ist $2\frac{21}{28}$ oder $2\frac{3}{4}$. Der Inhalt der Grube beträgt demnach $2\frac{3}{4}$ cbm.

9. Eine quadratische Pyramide aus Syenit ist 9 dm hoch und hat eine Grundkante von 7 dm. Wie schwer ist diese Pyramide, wenn das spezifische Gewicht ihres Materials $2\frac{1}{2}$ beträgt?

Aufl.: Hat die Grundkante 7 dm, dann hat ihre Grundfläche 7 mal 7 oder 49 qdm. Ihre Höhe beträgt 9 dm. Folglich ist der Inhalt dieser Pyramide 3 mal 49 oder 147 cdm. Bei dem spezifischen Gewichte von $2\frac{1}{2}$ hat jedes cdm $2\frac{1}{2}$ kg. Demnach haben die 147 cdm 147 mal $2\frac{1}{2}$ kg. Das sind 294 und $73\frac{1}{2}$ oder $367\frac{1}{2}$ kg. Die Pyramide ist daher **$367\frac{1}{2}$** kg schwer (735 ℔ = 7 Ztr. 35 ℔).

10. Ein $2\frac{1}{5}$ m hoher Damm von 20 m Länge ist unten 3 m und oben $2\frac{1}{2}$ m breit. Wie viele Kubikmeter Erdreich enthält er?

Aufl.: Bei einer Breite von 3 m und einer Länge von 20 m hat die untere Kubikfläche 20 mal 3 oder 60 qm. Die obere Fläche von gleicher Länge und einer Breite von $2\frac{1}{2}$ m hat 20 mal $2\frac{1}{2}$ oder 50 qm. Die Mittelzahl aus beiden Flächen beträgt 55 qm. Ist der Damm $2\frac{1}{5}$ m oder $\frac{11}{5}$ m hoch, dann ist sein kubischer Inhalt $\frac{11}{5}$ mal 55 oder 11 mal 11 = **121** cbm.

11. Ein reguläres Oktaeder hat annähernd 32 ccm Inhalt bei einer Kantenlänge von 4 cm. Wie hoch ist dasselbe?

Aufl.: Dieses Oktaeder stellt zwei gleiche vierseitige Pyramiden dar, wovon jede 16 ccm Inhalt hat. Beträgt die Kantenlänge 4 cm, dann hat die Grundfläche einer Pyramide 4 mal 4 oder 16 qcm. Die Höhe einer Pyramide ist gleich dem dreifachen Inhalte, getheilt durch die Grundfläche. 3 mal 16 ist 48. 48 dividiert durch 16 ist 3. Beträgt die Höhe einer Pyramide 3 cm, dann hat das Oktaeder **6** cm Höhe.

12. Ein Balken mit quadratischen Endflächen von 35 cm und 45 cm Kantenlänge ist 6 m lang. Welchen Inhalt hat derselbe?

Aufl.: Hat die eine Endfläche eine Kante von 35 cm oder $3\frac{1}{2}$ dm Länge, dann beträgt ihr Flächeninhalt $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $\frac{49}{4}$ qdm. Die andere Endfläche mit 45 cm oder $4\frac{1}{2}$ dm Kantenlänge hat zum Inhalte $\frac{9}{2}$ mal $\frac{9}{2}$ oder $\frac{81}{4}$ qdm. Beide Flächen haben dann $\frac{130}{4}$ qdm. Das arithmetische Mittel daraus ist ist $\frac{65}{4}$ qdm. Bei einer Länge von 6 m oder von 60 dm hat dieser Balken einen Rauminhalt von 60 mal $\frac{65}{4}$ oder von 15 mal 65 cdm. Das sind 650 cdm und 325 cdm oder zusammen 975 cdm. Der Balken hat also einen Rauminhalt von **975** cdm.

13. Eine quadratische Pyramide hat einen körperlichen Inhalt von 2 cdm 916 ccm und eine Höhe von 27 cm. Wie groß ist ihre Grundkante?

Aufl.: Teilt man die Zahl für den Inhalt durch den dritten Teil der Höhe, dann erhält man den Flächeninhalt der Basis einer Pyramide. Die Höhe beträgt 27 cm. Der dritte Teil hievon beträgt 9 cm. Der Pyramideninhalt ist 2 cdm 916 ccm oder 2916 ccm. Der 9. Teil von 2916 ist 324. Demnach hat die Grundfläche dieser Pyramide 324 qcm. Da dieselbe quadratisch ist, so entspricht ihre Kante der Quadratwurzel aus 324. Diese ist 18. Folglich hat die Grundkante dieser Pyramide **18** cm oder **1** dm **8** cm.

14. Eine Pyramide von 1 qm 28 qdm Grundfläche und 1 m 2 dm Höhe hat mit einem Würfel den gleichen Rauminhalt. Wie hoch ist dieser?

Aufl.: Hat die Grundfläche 1 qm 28 qdm oder 128 qdm und beträgt die Höhe 1 m 2 dm oder 12 dm, dann hat diese Pyramide einen Rauminhalt von 4 mal 128 cdm. Das sind 512 cdm. Hat ein Würfel den gleichen Inhalt, dann entspricht seine Höhe der Kubikwurzel aus 512. Diese ist 8. Folglich ist dieser Würfel **8** dm hoch.

15. Ein 7 m langer Balken aus Fichtenholz hat an dem stärkeren Ende eine Fläche von $15\frac{1}{2}$ qdm und an dem anderen eine solche von 9 qdm. Wie schwer ist derselbe, wenn das spezifische Gewicht des Fichtenholzes $\frac{3}{5}$ ist?

Aufl.: Hat die eine Grundfläche $15\frac{1}{2}$ qdm und die andere 9 qdm, dann haben beide zusammen $24\frac{1}{2}$ qdm. Die Hälfte hievon, also $12\frac{1}{4}$ qdm, ist das arithmetische Mittel aus beiden Endflächen. Da die Höhe 7 m oder 70 dm beträgt, so ist der Rauminhalt dieses Balkens gleich 70 mal $12\frac{1}{4}$ cdm. Das sind 840 und $17\frac{1}{2}$ oder $857\frac{1}{2}$ cdm. Ist das spezifische Gewicht des Fichtenholzes $\frac{3}{5}$, dann hat dieser Balken $\frac{3}{5}$ mal $857\frac{1}{2}$ kg. $\frac{1}{5}$ von $857\frac{1}{2}$ ist $171\frac{1}{2}$ und 3 mal $171\frac{1}{2}$ ist $514\frac{1}{2}$. Der Balken hat also $\mathbf{514\frac{1}{2}}$ kg (1029 ℔ oder 10 Ztr. 29 ℔).

16. Welchen Wert hat ein 10 m langer, vierseitig zugehauener

Eichenstamm, wenn die Grundkante seiner einen quadratischen Endfläche 80 cm und die der anderen 65 cm hat und das Kubikmeter 40 ℳ kostet?

Aufl.: Hat die Kante der einen quadratischen Endfläche 80 cm oder 8 dm, so hat diese einen Flächeninhalt von 8 mal 8 oder 64 qdm. Die zweite Endfläche hat $6\frac{1}{2}$ mal $6\frac{1}{2}$ oder $\frac{13}{2}$ mal $\frac{13}{2} = \frac{169}{4}$ oder $42\frac{1}{4}$ qdm. 64 und $42\frac{1}{4}$ ist $106\frac{1}{4}$. Die Hälfte hievon ist $53\frac{1}{8}$. Das arithmetische Mittel aus den beiden Endflächen beträgt also $53\frac{1}{8}$ qdm. Bei einer Länge von 10 m oder 100 dm beträgt das Volumen dieses Stammes 100 mal $53\frac{1}{8}$ oder 5300 und $12\frac{1}{2}$, also $5312\frac{1}{2}$ cdm. Das sind 5 cbm $312\frac{1}{2}$ cdm. Kostet 1 cbm 40 ℳ oder 1 cdm 4 ₰, dann kosten 5 cbm 5 mal 40 oder 200 ℳ und $312\frac{1}{2}$ cdm kosten $312\frac{1}{2}$ mal 4 ₰ oder 1250 ₰ = 12 ℳ 50 ₰. Der ganze Stamm kostet demnach **212** ℳ **50** ₰.

17. Die Grundfläche einer 8 dm hohen Pyramide beträgt 48 qdm. Dieselbe wird in einer Höhe von 5 dm parallel zur Grundfläche abgeschnitten. Wie groß ist die Grundfläche des oberen Abschnittes?

Aufl.: Wird diese 8 dm hohe Pyramide in einer Höhe von 5 dm parallel zur Grundfläche abgeschnitten, so beträgt die Höhe des oberen Abschnittes 3 dm. Nun verhalten sich die Flächeninhalte des Querschnittes und der Grundfläche einer Pyramide wie die Quadrate der entsprechenden Höhen. Folglich verhält sich die Grundfläche des oberen Abschnittes zu 48 wie 3 im Quadrat zu 8 im Quadrat. Daher ist das 64fache des Querschnittes gleich 9 mal 48 oder 432. Das Einfache ist dann der 64. Teil von 432 oder der 8. Teil von 54, also $6\frac{3}{4}$. Die Grundfläche des oberen Abschnittes beträgt also $\mathbf{6\frac{3}{4}}$ qdm.

18. Eine Pyramide von 27 qdm Grundfläche und 6 dm Höhe soll so abgekürzt werden, daß die horizontale Grundfläche des oberen Abschnittes $\frac{1}{4}$ von der parallelen Grundfläche des oberen Pyramidenstumpfes beträgt. In welcher Höhe muß dieses geschehen?

Aufl.: Beträgt die Grundfläche der Pyramide 27 qdm und soll die parallele Grundfläche des Abschnittes $\frac{1}{4}$ davon betragen, so hat diese letztere $\frac{27}{4}$ qdm. Nun verhalten sich diese beiden Grundflächen zu einander wie die Quadrate der entsprechenden Höhen. 27 verhält sich also zu $\frac{27}{4}$ wie 6 im Quadrat zu dem Quadrate der Höhe des oberen Abschnittes. Das 27fache dieses Quadrates beträgt also $\frac{27}{4}$ mal 36 oder 27 mal 9 dm. Dann beträgt das einfache Quadrat 9 dm. Die Wurzel aus 9 ist 3. Demnach muß der obere Abschnitt 3 dm hoch sein oder in der Höhe von 6 dm weniger 3 dm, also in der Höhe von **3** dm muß der Schnitt gemacht werden.

19. Eine Taucherglocke in Form einer abgestumpften vierseitigen Pyramide ist unten im Innern 3 m lang und $2\frac{1}{2}$ m breit, oben $2\frac{1}{2}$ m lang und 2 m breit und ferner $2\frac{1}{2}$ m hoch. Wieviel Luftraum enthält sie?

Aufl.: Bei einer unteren Länge von 3 m und einer Breite von $2\frac{1}{2}$ m hat ihre untere Grundfläche 3 mal $2\frac{1}{2}$ oder $7\frac{1}{2}$ qm. Bei einer oberen Länge von $2\frac{1}{2}$ m und einer Breite von 2 m hat ihre obere Grundfläche $2\frac{1}{2}$ mal 2 oder 5 qm. Das arithmetische Mittel aus $7\frac{1}{2}$ qm und 5 qm oder aus $12\frac{1}{2}$ qm ist $6\frac{1}{4}$ qm. Nun ist die Taucherglocke $2\frac{1}{2}$ m hoch. Folglich hat sie in ihrem Innern einen Hohlraum von $2\frac{1}{2}$ mal $6\frac{1}{4}$ cbm. $\frac{5}{2}$ mal $\frac{25}{4}$ ist $\frac{125}{8}$ oder $15\frac{5}{8}$. Sie enthält also **$15\frac{5}{8}$** cbm Luft.

20. Der Inhalt einer dreiseitigen 8 cm hohen Pyramide beträgt 864 ccm. Wie groß ist die Grundkante einer inhaltsgleichen quadratischen Pyramide von gleicher Grundfläche und Höhe?

Aufl.: Aus dem gegebenen Inhalte und der Höhe einer Pyramide ergibt sich die Grundfläche, wenn man die Zahl für den Inhalt durch den dritten Teil der Zahl für die Höhe dividiert. Der Inhalt beträgt 864 ccm und die Höhe 8 cm. 8 ist in 864 108 mal enthalten und $\frac{8}{3}$ sind darin 3 mal 108 oder 324 mal enthalten. Die Grnndfläche beider inhaltsgleicher Pyramiden hat demnach je 324 qcm. Ist die zweite Pyramide eine quadratische, dann entspricht die Länge ihrer Grundkante der Quadratwurzel aus 324. Diese ist 18. Die Grundkante der zweiten Pyramide mißt daher **18**cm.

E. Kegel und Kegelstumpf.

Bemerkung: Der körperliche Inhalt eines Kegels ist gleich dem dritten Teile des Produktes aus Grundfläche und Höhe.

In Zeichen, da die Grundfläche ein Kreis ist,:

$$J = \frac{r^2 \pi h.}{3} \text{ Daraus folgt:}$$

$$h = \frac{3\,J}{r^2 \pi} \text{ oder } \frac{J}{\frac{1}{3} r \pi^2}, \text{ ferner:}$$

$$r = \sqrt{\frac{3\,J}{\pi\, h}} \text{ oder } \sqrt{\frac{J}{\frac{1}{3}\pi h}}.$$

Der Mantel eines Kegels ist gleich dem Produkte aus der Peripherie der Grundfläche und der halben Seitenlinie.

In Zeichen: $M = \frac{d\pi s}{2}$ oder $\frac{2\,r\,x\,s}{2} = r\ x\ s.$

Die Seitenlinie eines Kegels ist nach dem pythagoreischen Lehrsatze gleich der Quadratwurzel aus der Summe des Quadrats der Höhe und des Radius.

In Zeichen: $s = \sqrt{(h^2 + r^2)}$.

Den abgekürzten Kegel betrachte man als einen Cylinder, dessen Durchmesser gleich ist dem arithmetischen Mittel aus den beiden Durchmessern des Kegelstumpfes und dessen Höhe gleich ist der Höhe des abgekürzten Kegels.

Der Mantel eines Kegelstumpfes ist gleich einem Trapeze, dessen Höhe gleich ist der Seitenlinie und dessen Parallelseiten gleich sind den Umfängen der beiden Grundflächen.

Den Rauminhalt eines Fasses findet man, wenn man dasselbe als einen Cylinder berechnet, dessen Durchmesser das arithmetische Mittel aus der doppelten Spundtiefe und der einfachen Bodenweite und dessen Höhe der inneren Länge des Fasses gleich ist.

1. Der Radius eines geraden Kegels beträgt 15 cm, seine Höhe 75 cm. Welches ist sein Rauminhalt?

Aufl.: Beträgt der Radius dieses Kegels 15 cm oder $1\frac{1}{2}$ dm, dann hat seine Grundfläche $\frac{3}{2}$ mal $\frac{3}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{3}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ = 3 mal $\frac{11}{7}$ oder $\frac{33}{7}$. $\frac{3}{2}$ mal $\frac{33}{7}$ ist $\frac{99}{14}$. Die Grundfläche des Kegels hat also $\frac{99}{14}$ qdm. Die Höhe desselben beträgt 75 cm. Der dritte Teil hievon ist 25 cm oder $2\frac{1}{2}$ dm. Demnach beträgt der Rauminhalt $\frac{99}{14}$ mal $\frac{5}{2}$ cdm. Das sind $\frac{495}{28}$ oder **$17\frac{19}{28}$** cdm.

2. Das Volumen eines Kegels beträgt $128\frac{1}{3}$ cdm, der Durchmesser seiner Basis mißt 7 dm. Wie hoch ist dieser Kegel?

Aufl.: Hat der Durchmesser der Basis dieses Kegels 7 dm, dann hat der Radius $\frac{7}{2}$ dm. Die Grundfläche hat dann $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 11 und $\frac{7}{2}$ mal 11 ist $\frac{77}{2}$. Die Basis dieses Kegels hat also $\frac{77}{2}$ oder $38\frac{1}{2}$ qdm.

Nun ergibt sich die Höhe eines Kegels, wenn man die Zahl für den dreifachen Inhalt durch die Grundfläche teilt. Der Inhalt beträgt 128 $\frac{1}{3}$ oder $\frac{385}{3}$ cdm. Der dreifache Inhalt beträgt dann 385 cdm. Die Grundfläche hat $38\frac{1}{2}$ oder 38,5 qdm. Demnach ist die Zahl für die Grundfläche in jener für den dreifachen Inhalt 10 mal enthalten. Folglich beträgt die Höhe dieses Kegels **10** dm oder **1** m.

3. Der körperliche Inhalt eines 7 dm hohen Kegels beträgt $117\frac{1}{3}$ cdm. Wie groß ist der Radius seiner Grundfläche?

Aufl.: Teilt man mit dem Produkte aus der Höhe und der Ludolfine den dreifachen Inhalt und zieht dann die Quadratwurzel, dann erhält man den Radius. Beträgt der Inhalt $117\frac{1}{3}$ cdm, dann ist das Dreifache hievon 352 cdm. Die Höhe

des Kegels beträgt 7 dm. $\frac{22}{7}$ mal 7 ist 22. Das Produkt aus Höhe und Ludolfine ist also 22, während der dreifache Inhalt 352 cdm beträgt. Der 22. Teil von 352 ist der 11. Teil von 176. Das ist 16. Die Quadratwurzel aus 16 ist 4. Demnach beträgt der Halbmesser der Basis dieses Kegels **4** dm.

4. Der Durchmesser der Grundfläche eines senkrechten Kegels beträgt 5 dm, die Seitenlinie mißt 9 dm. Wie groß ist die Mantelfläche dieses Kegels?

Aufl.: Die Mantelfläche eines Kegels findet man, wenn man die Zahl für den Umfang der Grundfläche mit der für die halbe Seitenlinie multipliziert. Beträgt der Durchmesser der Basis 5 dm, dann hat der Umfang $\frac{22}{7}$ mal 5 dm. Da die Seitenlinie 9 dm mißt, so hat die Mantelfläche dieses Kegels $\frac{9}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ mal 5 qdm. $\frac{9}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 9 mal $\frac{11}{7}$ oder $\frac{99}{7}$ und 5 mal soviel ist $\frac{495}{7}$. Das ist $70\frac{5}{7}$. Der Mantel dieses Kegels hat also **$70\frac{5}{7}$** qdm.

5. Die Höhe eines Kegels beträgt 4 (12, 8) dm und der Halbmesser seiner Grundfläche 3 (9, 6) dm. Wie lang ist seine Seitenlinie?

Aufl.: Die Seitenlinie eines Kegels ist gleich der Quadratwurzel aus der Summe der beiden Quadrate der Höhe und des Halbmessers. Die Höhe dieses Kegels beträgt 4 dm. Das Quadrat von 4 ist 16. Der Halbmesser der Quadratfläche beträgt 3 dm; das Quadrat von 3 ist 9. 16 und 9 gibt 25. Die Wurzel aus 25 ist 5. Demnach beträgt die Seitenlinie dieses Kegels **5** dm oder $\frac{1}{2}$ m.

($12^2 = 144$; $9^2 = 81$; $144 + 81 = 225$. $\sqrt{225} = 15$. Die Seitenlinie hat also **15** dm oder **$1\frac{1}{2}$** m.

$8^2 = 64$; $6^2 = 36$; $64 + 36 = 100$. $\sqrt{100} = 10$. Demnach beträgt die Seitenlinie **10** dm oder **1** m).

6. Bei einem abgekürzten Kegel mißt der Radius der unteren Grundfläche $6\frac{1}{2}$ (8, 5) dm und jener der oberen $5\frac{1}{2}$ (6, 4) dm. Welchen Rauminhalt hat dieser Kegelstumpf bei einer Höhe von 7 dm?

Aufl.: Hat die untere Grundfläche einen Radius von $6\frac{1}{2}$ dm und der obere einen solchen von $5\frac{1}{2}$ dm, dann ist das arithmetische Mittel aus den beider Radien gleich der Hälfte aus $6\frac{1}{2}$ und $5\frac{1}{2}$ oder aus 12 dm, beträgt also 6 dm. Die mittlere Grundfläche hat demnach 6 mal 6 mal $3\frac{1}{7}$ qdm zum Inhalte. Das sind 36 mal $3\frac{1}{7}$ oder 108 und $5\frac{1}{7} = 113\frac{1}{7}$ qdm. Beträgt die Höhe 7 dm, dann ist das Volumen dieses Kegelstumpfes 7 mal $113\frac{1}{7}$ oder **792** cdm.

($8 + 6 = 14$. Die Hälfte hievon ist 7. Die Mittelfläche hat also $7 . 7 . \frac{22}{7} = 7 . 22 = 154$ qdm. Bei einer Höhe von

7 dm beträgt der kubische Inhalt des Kelgelstumpfes 7 . 154 = **1078** cdm = **1** cbm **78** cdm.

$5 + 4 = 9$. Die Hälfte davon ist $\frac{9}{2}$. Der Flächeninhalt der Mittelbasis ist daher $\frac{9}{2} . \frac{9}{2} . \frac{22}{7}$ qdm; $\frac{9}{2} . \frac{22}{7} = 9 . \frac{11}{7}$ oder $\frac{99}{7}$; $\frac{9}{2} . \frac{99}{7} = \frac{891}{14}$. Bei einer Höhe von 7 dm beträgt der Rauminhalt dann $7 . \frac{891}{14}$ oder $\frac{891}{2} =$ **445½** cdm.)

7. Ein Kegelstumpf hat oben einen Halbmesser von 4 dm und unten einen solchen von 5 dm. Seine Seitenlinie mißt 7 dm. Wie groß ist seine Mantelfläche?

Aufl.: Beträgt der obere Halbmesser 4 dm, dann ist der Durchmesser 8 dm. Der Umfang der oberen Kreisfläche beträgt dann 8 mal $3\frac{1}{7}$ oder $25\frac{1}{7}$ dm. Hat der untere Halbmesser 5 dm, dann ist der untere Durchmesser 10 dm und die Peripherie beträgt dann 10 mal $3\frac{1}{7}$ oder $31\frac{3}{7}$ dm. Das arithmetische Mittel aus diesen beiden Umfängen ist demnach die Hälfte von $25\frac{1}{7}$ und $31\frac{3}{7}$, also die Hälfte von $56\frac{4}{7}$ dm, folglich $28\frac{2}{7}$ dm. Die Seitenlinie mißt 7 dm. Demnach beträgt die Mantelfläche 7 mal $28\frac{2}{7}$ qdm. Das sind 196 und 2 oder **198** qdm.

8. Auf einem würfelförmigen Marmorsockel von 35 cm Höhe steht ein Kegel aus Gußeisen von gleichem Inhalte wie der Sockel und von $9\frac{3}{8}$ qdm Basis. Wie hoch ist dieser Kegel?

Aufl.: Hat der Sockel 35 cm oder $3\frac{1}{2}$ dm Höhe, dann ist sein Rauminhalt gleich $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $\frac{343}{8}$ cdm. Teilt man mit dem dritten Teil der Basis in den Inhalt, dann erhält man die Höhe des Kegels. Die Basis hat $9\frac{3}{8}$ qdm. Der dritte Teil hievon beträgt $3\frac{1}{8}$ qdm oder $\frac{25}{8}$ qdm. $\frac{343}{8}$ geteilt durch $\frac{25}{8}$ ist 343 geteilt durch 25 oder $\frac{343}{25} = 13\frac{18}{25}$ oder 13,72. Der Kegel hat also eine Höhe von **13,72** dm.

9. Die Basis des kegelförmigen Daches eines Turmes hat einen Radius von $3\frac{3}{5}$ m. Die Seitenlinie mißt $7\frac{1}{2}$ m. Wie groß ist die Oberfläche des Daches?

Aufl.: Beträgt der Radius $3\frac{3}{5}$ m, dann hat der Durchmesser der Basis $7\frac{1}{5}$ oder $\frac{36}{5}$ m. Der halbe Umfang beträgt dann $\frac{18}{5}$ mal $\frac{22}{7}$ m und die Mantelflstche hat dann $7\frac{1}{2}$ oder $\frac{15}{2}$ mal soviel qm. $\frac{18}{5}$ mal $\frac{15}{2} = 9$ mal 3 oder 27 und $\frac{22}{7}$ mal 27 oder $3\frac{1}{7}$ mal 27 ist 81 und $3\frac{6}{7}$ oder zusammen $84\frac{6}{7}$. Das Dach hat also eine Oberfläche von **84**$\frac{6}{7}$ qm.

10. Ein kegelförmiger Baumstamm hat eine Höhe von 21 m und an dem Boden einen Umfang von $3\frac{2}{3}$ m. Wie viele Kubikmeter Holz enthält er?

Aufl.: Beträgt der Umfang am Boden $3\frac{2}{3}$ oder $\frac{11}{3}$ m, dann ist der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $\frac{11}{3} = \frac{7}{2}$ mal $\frac{1}{3}$ oder $\frac{7}{6}$ m. Der Radius hat dann $\frac{7}{12}$ m. Demnach hat die Grundfläche des Stammes $\frac{7}{12}$ mal $\frac{7}{12}$ mal $\frac{22}{7}$ qm. $\frac{7}{12}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{6}$ und $\frac{7}{12}$ mal $\frac{11}{6}$ ist $\frac{77}{72}$ oder $1\frac{5}{72}$. Die Grundfläche hat also

$1\frac{5}{72}$ qm. Bei einer Höhe von 21 m hat der kegelförmige Baumstamm dann einen Rauminhalt von 7 mal $1\frac{5}{72}$ oder von $7\frac{35}{72}$ cbm.

11. Zwei Kegel haben einen gleichen Radius von je 3 dm und eine Höhe von $10\frac{1}{2}$ und 7 dm. Wie verhalten sich ihre Inhalte zu einander?

Aufl.: Beträgt der Radius beider Kegel 3 dm, dann hat jeder eine Grundfläche von 3 mal 3 mal $\frac{22}{7}$ qdm oder von 9 mal $\frac{22}{7} = \frac{198}{7}$ qdm. Der erste hat eine Höhe von $10\frac{1}{2}$ oder von $\frac{21}{2}$ dm. Demnach beträgt sein Inhalt $\frac{7}{2}$ mal $\frac{198}{7}$ oder $\frac{198}{2} = 99$ cdm. Der zweite Kegel hat eine Höhe von 7 dm. Sein Inhalt beträgt dann $\frac{7}{3}$ mal $\frac{198}{7}$ oder $\frac{198}{3} =$ 66 cdm. Die Inhalte beider Kegel verhalten sich also zu einander wie 99 zu 66 oder wie **3** zu **2**, folglich wie ihre Höhen.

12. Ein Hügel in Form eines abgekürzten Kegels hat unten einen Umfang von 33 m und oben einen solchen von $27\frac{1}{2}$ m. Wie viele Kubikmeter feste Erde enthält er bei einer Höhe von 10 m?

Aufl.: Beträgt der untere Umfang 33 m, dann ist der Durchmesser gleich 33 mal $\frac{7}{22}$ oder 3 mal $\frac{7}{2} = 10\frac{1}{2}$ m. Der obere Umfang beträgt $27\frac{1}{2}$ m oder $\frac{55}{2}$ m. Der Durchmesser hat demnach $\frac{55}{2}$ mal $\frac{7}{22}$ oder $\frac{5}{2}$ mal $\frac{7}{2} = \frac{35}{4}$ oder $8\frac{3}{4}$ m. Das arithmetische Mittel aus den beiden Durchmessern ist dann die Hälfte von $10\frac{1}{2}$ m und $8\frac{3}{4}$ m oder die Hälfte von $19\frac{1}{4}$ m. $19\frac{1}{4}$ ist $\frac{77}{4}$ und die Hälfte von $\frac{77}{4}$ ist $\frac{77}{8}$. Bei einem Radius von $\frac{77}{8}$ m hat die kreisförmige Grundfläche $\frac{77}{8}$ mal $\frac{77}{8}$ mal $\frac{22}{7}$ qm. $\frac{77}{8}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{8}$ mal 22 oder $\frac{11}{4}$ mal $11 = \frac{121}{4}$. Ferner $\frac{77}{8}$ mal $\frac{121}{4}$ ist $9\frac{5}{8}$ mal $30\frac{1}{4}$. 9 mal $30\frac{1}{4}$ ist $272\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$ von $30\frac{1}{4}$ ist $3\frac{25}{32}$ und $\frac{5}{8}$ mal soviel ist $18\frac{29}{32}$. $272\frac{1}{4}$ und $18\frac{29}{32}$ ist $291\frac{5}{32}$. Die Grundfläche hat also $291\frac{5}{32}$ qm. Bei einer Höhe von 10 m beträgt der Rauminhalt dann 2910 und $1\frac{18}{32}$, also zusammen **2911** $\frac{9}{16}$ cbm.

13. Ein Kegel mit breiter Basis hat eine Höhe von 12 dm und eine Seitenlinie von 15 dm. Wie groß ist der Radius und die Mantelfläche dieses Kegels?

Aufl.: Die Höhe dieses Kegels beträgt 12 dm und die Seitenlinie mißt 15 dm. Der zu suchende Radius bildet die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, wovon die andere Kathete die Höhenlinie ist und die Seitenlinie die Hypotenuse darstellt. Daher entspricht der Radius der Quadratwurzel aus der Differenz von 15 im Quadrat und 12 im Quadrat. $15^2 = 225$ und $12^2 = 144$. 225 weniger 144 ist 81. Die Wurzel aus 81 ist 9. Folglich beträgt der Radius 9 dm.

Bei einem Halbmesser von 9 dm mißt der Durchmesser 18 dm. Der Umfang der Basis hat dann 18 mal $3\frac{1}{7}$ oder

$56\frac{4}{7}$ dm. Die halbe Seitenlinie beträgt $\frac{15}{2}$ dm. $\frac{1}{2}$ mal $56\frac{4}{7}$ ist $28\frac{2}{7}$ und 15 mal soviel ist $282\frac{6}{7}$ und $141\frac{3}{7}$ oder zusammen $424\frac{2}{7}$. Der Mantel dieses Kegels hat also **$424\frac{2}{7}$** qdm oder oder **4**qm **$24\frac{2}{7}$** qdm.

14. Ein Faß von $8\frac{1}{2}$ dm Spundtiefe und 7 dm Bodenweite hat eine innere Höhe von 14 dm. Wie viele Liter faßt dieses Faß?

Aufl.: Beträgt die Spundtiefe $8\frac{1}{2}$ dm und die Bodenweite 7 dm, dann ist der mittlere Durchmesser aus doppelter Spundtiefe und einfacher Bodenweite $\frac{24}{3}$ oder 8 dm. Der Radius mißt dann 4 dm. Demnach hat die Grundfläche 4 mal 4 mal $3\frac{1}{7}$ qdm oder 16 mal $3\frac{1}{7} = 50\frac{1}{7}$ qdm. Bei einer Höhe von 14 dm beträgt nun der Inhalt des Fasses 14 mal $50\frac{2}{7}$ oder 704 cdm. Das Faß enthält also 704 l oder **7** hl **4** l.

15. Neben einem Maibaume in Form eines Kegels steht ein 8 dm hoher Stab, welcher einen Schatten von 7 dm Länge wirft. Der Schatten des Maibaumes mißt $24\frac{1}{2}$ m und sein unterer Umfang 8 dm. Welchen kubischen Inhalt hat dieser Baum?

Aufl.: Mißt der Schatten des 8 dm hohen Stabes 7 dm und der Schatten des Maibaumes $24\frac{1}{2}$ m, so beträgt die Länge oder Höhe des Baumes $\frac{8}{7}$ mal $24\frac{1}{2}$ m. Das sind $\frac{8}{7}$ mal $\frac{49}{2}$ m oder 4 mal 7 m = 28 m.

Beträgt der untere Umfang des Maibaumes 8 dm, dann ist der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal 8 dm oder $\frac{7}{11}$ mal $4 = \frac{28}{11}$ dm. Der Halbmesser hat dann $\frac{14}{11}$ dm. Bei einem solchen Radius hat die Grundfläche $\frac{14}{11}$ mal $\frac{14}{11}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{14}{11}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 4 und $\frac{14}{11}$ mal 4 ist $\frac{56}{11}$ oder $5\frac{1}{11}$. Die Grundfläche hat also $5\frac{1}{11}$ qdm. Nun beträgt die Höhe des Maibaumes 28 m oder 280 dm. Der kubische Inhalt desselben ist dann gleich $5\frac{1}{11}$ mal 280 cdm. 5 mal 280 ist 1400 und $\frac{1}{11}$ mal 280 ist $25\frac{5}{11}$. 1400 und $25\frac{5}{11}$ ist $1425\frac{5}{11}$. Der kubische Inhalt des Maibaumes beträgt folglich 1425 $\frac{5}{11}$ cdm oder **1** cbm **$425\frac{5}{11}$** cdm.

16. Ein Blechtrichter faßt bis zur Oeffnung der Röhre 3,3 l Wasser. Sein oberer innerer Durchmesser beträgt $2\frac{3}{4}$ dm und die Röhrenöffnung hat $\frac{1}{4}$ dm Weite. Welche Höhe hat dieser Trichter ohne Röhre?

Aufl.: Dieser Trichter stellt in seinem Innern einen abgestumpften Kegel dar. Sein oberer Durchmesser beträgt $2\frac{3}{4}$ oder $\frac{11}{4}$ dm. Sein unterer Durchmesser entspricht der Weite der Röhre, beträgt also $\frac{1}{4}$ dm. Demnach hat der mittlere Durchmesser die Hälfte von $\frac{12}{4}$, also $\frac{3}{2}$ dm. Der Radius hat dann $\frac{3}{4}$ dm. Bei einem solchen Radius ist der Inhalt der Grundfläche gleich $\frac{3}{4}$ mal $\frac{3}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{3}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{3}{2}$ mal $\frac{11}{7}$ oder $\frac{33}{14}$ und $\frac{3}{4}$ mal $\frac{33}{14}$ ist $\frac{99}{56}$. Die Grundfläche hat also $\frac{99}{56}$ qdm. So oft die Zahl für die Grundfläche in der für den Inhalt enthalten ist, so oftmal 1 dm Höhe hat dieser

Trichter im Inneren. Der Inhalt beträgt 3,3 l Wasser oder 3,3 cdm. 99 ist in 33 $\frac{1}{3}$ mal enthalten und in 3,3 $\frac{1}{10}$ mal. 56 mal $\frac{1}{30}$ sind $\frac{56}{30}$ oder $1\frac{13}{15}$. Die Höhe des Trichters ohne Röhre beträgt also $1\frac{13}{15}$ dm.

17. Ein Zuckerhut hat $2\frac{6}{7}$ qdm Grundfläche und 70 cm Höhe. Was kostet derselbe, wenn das spezifische Gewicht des Zuckers 1,5 ist und das Kilogramm 70 ₰ kostet?

Aufl.: Bei einer Grundfläche von $2\frac{6}{7}$ qdm oder $\frac{20}{7}$ qdm und einer Höhe von 70 cm oder 7 dm hat der Zuckerhut einen kubischen Inhalt von $\frac{20}{7}$ mal $\frac{7}{3}$ oder von $\frac{20}{3}$ cdm. Hat der Zucker ein spezifisches Gewicht von 1,5 oder von $\frac{3}{2}$, dann wiegen diese $\frac{20}{3}$ cdm $\frac{20}{3}$ mal $\frac{3}{2}$ oder 10 kg. Kostet 1 kg 70 ₰, so kostet der Zuckerhut 10 mal 70 ₰ oder **7 ℳ**.

18. Eine Säule von 4 m Höhe hat unten einen Kreisumfang von 11 dm und oben einen solchen von $2\frac{3}{4}$ dm. Welches ist ihr Rauminhalt?

Aufl.: Bei einem Umfange von 11 dm beträgt der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal 11 oder $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ dm. Der obere Umfang hat $2\frac{3}{4}$ oder $\frac{11}{4}$ dm. Dann ist der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $\frac{11}{4}$ oder $\frac{7}{8}$ dm. $3\frac{1}{2}$ dm und $\frac{7}{8}$ dm ist $4\frac{3}{8}$ dm. Der mittlere Durchmesser beträgt demnach $4\frac{3}{8}$ dm. Somit hat der Radius $2\frac{3}{16}$ oder $\frac{35}{16}$ dm. Die Grundfläche hat dann $\frac{35}{16}$ mal $\frac{35}{16}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{35}{16}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{5}{8}$ mal 11 oder $\frac{55}{8}$. Bei einer Höhe von 4 m oder 40 dm ist der kubische Inhalt dieser Säule gleich 40 mal $\frac{55}{8}$ mal $\frac{35}{16}$ cdm. Das sind 5 mal 55 mal $\frac{35}{16}$ cdm oder 275 mal $2\frac{3}{16}$ cdm. 275 mal 2 ist 550 und 275 mal $\frac{3}{16}$ oder 3 mal $17\frac{3}{16}$ ist $51\frac{9}{16}$. 550 und $51\frac{9}{16}$ ist $601\frac{9}{16}$. Der körperliche Inhalt dieser Säule beerägt also **$601\frac{9}{16}$** cdm.

19. Ein 10 m langer Eichenstamm hat einen größeren Durchmesser von 89 cm und einen kleineren von 79 cm. Was kostet derselbe, wenn das Kubikmeter 30 ℳ kostet?

Aufl.: Bei 89 cm und 79 cm Durchmesser hat der mittlere Durchmessier $\frac{168}{2}$ oder 84 cm. Der Radius ist davon die Hälfte, hat also 42 cm oder $4\frac{1}{5}$ dm. Die Grundfläche hat dann $\frac{21}{5}$ mal $\frac{21}{5}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{21}{5}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{3}{5}$ mal 22 oder $\frac{66}{5}$. Ferner ist noch übrig $\frac{66}{5}$ mal $\frac{21}{5}$. Bei einer Länge von 10 m oder von 100 dm beträgt das Volumen dann 100 mal soviel. 100 mal $\frac{66}{5}$ ist 20 mal 66 und $\frac{21}{5}$ mal 20 mal 66 ist 21 mal 4 mal 66 oder 84 mal 66. Das sind 84 halbe Hundert oder 4200 und 84 mal 16 oder 840 und 504, also zusammen 5040 und 504 oder 5544. Der körperliche Inhalt beträgt demnach 5544 cdm oder 5 cbm 544 cdm.

Kostet das Kubikmeter 30 ℳ, dann kosten 5 cbm 5 mal 30 ℳ oder 150 ℳ. Da 1 cdm dann 3 ₰ kostet, so kosten 544 cdm 544 mal 3 ₰ oder 1632 ₰ = 16 ℳ 32 ₰. 150 ℳ und 16 ℳ 32 ₰ sind 166 ℳ 32 ₰. Der Eichenstamm kostet demnach **166 ℳ 32 ₰**.

20. Ein hölzernes schaffartiges Gefäß hat unten einen inneren Durchmesser von 7 dm und oben einen solchen von 9 dm. Es faßt 3 hl 52 l Wasser. Wie hoch ist es im Innern?

Aufl.: Wenn dieses Gefäß unten 7 dm und oben 9 dm Durchmesser hat, dann beträgt der mittlere Durchmesser 8 dm. Der Radius hat dann 4 dm. Bei einem solchen Halbmesser hat die Bodenfläche 4 mal 4 mal $3\frac{1}{7}$ oder 16 mal $3\frac{1}{7}$ = 48 und $2\frac{2}{7}$ oder $50\frac{2}{7}$ qdm. Nun faßt das Gefäß 3 hl 52 l oder 352 l Wasser. Teilt man mit der Zahl für die Grundfläche in die für den Inhalt, so erhält man die Zahl für die Höhe. $50\frac{2}{7}$ oder $\frac{352}{7}$ sind in 352 7 mal enthalten. Die Höhe dieses Gefäßes beträgt also **7** dm.

21. Ein 8 dm hoher Kegelstumpf hat einen unteren Durchmesser von 12 dm und einen oberen von 9 dm. Welches Volumen hat derselbe?

Aufl: Hat der untere Durchmesser 12 dm und der obere 9 dm, dann beträgt der mittlere Durchmesser $\frac{21}{2}$ dm. Der Radius hat dann $\frac{21}{4}$ dm. Bei diesem Radius hat die Grundfläche $\frac{21}{4}$ mal $\frac{21}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{21}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{3}{4}$ mal 22 oder $\frac{3}{2}$ mal 11. Das ist $\frac{33}{2}$ oder $16\frac{1}{2}$. Diese Zahl soll $\frac{21}{4}$ mal genommen werden. $\frac{1}{4}$ von $16\frac{1}{2}$ ist $4\frac{1}{8}$ und 21 mal $4\frac{1}{8}$ ist $86\frac{5}{8}$. Die mittlere Grundfläche hat also $86\frac{5}{8}$ qdm. Bei einer Höhe von 8 dm beträgt der kubische Inhalt des Kegelstumpfes dann 8 mal $86\frac{5}{8}$ oder **693** cdm.

F. Kugel.

Bemerkung: Die Oberfläche einer Kugel ist viermal so groß als ihr größter Kreis.

In Zeichen: $O = 4\,r^2\,\pi$ (auch $O = d^2\,\pi = d\,U$). Daraus folgt:

$$r = \sqrt{\frac{O}{4\,\pi}}.$$

Das Volumen einer Kugel ist gleich dem eines Kegels, von welchem die Grundfläche gleich ist der Oberfläche der Kugel und von welchem die Höhe gleich dem Halbmesser der Kugel ist.

In Zeichen: $I = 4\,r^2\,\pi \,.\, \frac{1}{3}\,r = \frac{4}{3}\,r^3\,\pi.$

Da $4\,r^2 = d^2$ und $\frac{1}{3}\,r = \frac{1}{6}\,d$, so ist auch:

$$I = \frac{d^3}{6}\,\pi \text{ oder auch } O.\,\frac{d}{6}.$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3\,I}{4\,\pi}};\quad d = \sqrt[3]{\frac{6\,I}{\pi}}.$$

1. Der Radius eines Globus beträgt 14 cm. Wie groß ist dessen Oberfläche?

Aufl.: Die Oberfläche ist viermal so groß als der größte Kreis des Globus. Dieser Kreis hat bei einem Radius von 14 cm oder von $1\frac{2}{5}$ dm $\frac{7}{5}$ mal $\frac{7}{5}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. $\frac{7}{5}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{22}{5}$ und $\frac{7}{5}$ mal $\frac{22}{5}$ ist $\frac{154}{25}$ oder $6\frac{4}{25}$. Der größte Kreis dieser Kugel enthält also $6\frac{4}{25}$ qdm. Die Oberfläche hat demnach 4 mal $6\frac{4}{25}$ oder **$24\frac{16}{25}$** qdm = **24,64** qdm.

2. Ein Globus hat eine Oberfläche von 55 qdm 44 qcm. Wie groß ist sein Durchmesser?

Aufl.: Der Radius einer Kugel ist gleich der Quadratwurzel aus der durch das Vierfache der ludolfischen Zahl geteilten Oberfläche. Diese beträgt 55 qdm 44 qcm oder 5544 qcm. Das Vierfache der ludolfischen Zahl ist 4 mal $\frac{22}{7}$ oder $\frac{88}{7}$. $\frac{7}{88}$ mal 5544 ist $\frac{7}{8}$ mal 504 oder 7 mal 63. Das ist 441. Die Quadratwurzel aus 441 ist 21. Demnach mißt der Radius dieses Globus 21 cm. Der Durchmesser hat dann 2 mal 21 oder **42** cm = **4** dm **2** cm.

3. Der Radius einer Kugel mißt 7 cm; wie groß ist deren kubischer Inhalt?

Aufl. Der Inhalt einer Kugel wird gefunden nach der Formel: $\frac{4}{3} r^3 \pi$. Der Radius beträgt 7 cm. 7^3 mal $\frac{22}{7}$ ist 7 mal 7 mal 22. Das ist 49 mal 22 oder 22 halbe Hundert weniger 22, also 1100 weniger 22 oder 1078. $\frac{1}{3}$ hievon ist $359\frac{1}{3}$ und und 4 mal soviel ist $1437\frac{1}{3}$. Der kubische Inhalt dieser Kugel beträgt also **$1437\frac{1}{3}$** ccm oder **1** cdm **$437\frac{1}{3}$** ccm.

4. Der Inhalt einer Kugel beträgt $179\frac{2}{3}$ cdm; wie groß ist ihr Radius?

Aufl.: Der Radius einer Kugel ist gleich der Kubikwurzel aus dem Dreifachen des durch das Vierfache der ludolfischen Zahl geteilten Inhaltes. Der Inhalt beträgt $179\frac{2}{3}$ cdm. Das Dreifache von $179\frac{2}{3}$ ist 539. Das Vierfache der ludolfischen Zahl ist 4 mal $\frac{22}{7}$ oder $\frac{88}{7}$. 539 mal $\frac{7}{88}$ ist 49 mal $\frac{7}{8}$ oder $\frac{343}{8}$. Die dritte Wurzel aus $\frac{343}{8}$ ist $\frac{7}{2}$ oder $3\frac{1}{2}$. Der Radius dieser Kugel beträgt also **$3\frac{1}{2}$** dm.

5. Der Durchmesser einer Kugel hat 2 dm. Wie groß ist ihre Oberfläche und ihr Inhalt?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser 2 dm, dann hat der Radius 1 dm. Die Oberfläche dieser Kugel hat dann 4 mal 1 mal $3\frac{1}{7}$ oder **$12\frac{4}{7}$** qdm. Bei einem Halbmesser von 1 dm beträgt der Inhalt einer Kugel $\frac{4}{3}$ mal 1 mal $\frac{22}{7}$ oder $\frac{88}{21}$ = **$4\frac{4}{21}$** cdm.

6. Der Umfang einer Kugel beträgt $3\frac{1}{7}$ dm. Wie groß ist ihre Oberfläche und ihr Inhalt?

Aufl.: Bei einem Umfange von $3\frac{1}{7}$ dm hat der Durchmesser 1 dm. Demnach hat der Radius $\frac{1}{2}$ dm. Die Oberfläche dieser

Kugel hat dann 4 mal $\frac{1}{7}$ mal $\frac{1}{2}$ mal $3\frac{1}{7}$ qdm. Das sind $\frac{4}{4}$ mal $3\frac{1}{7}$ oder $3\frac{1}{7}$ qdm. Die Oberfläche dieser Kugel beträgt demnach **$3\frac{1}{7}$** qdm.

Bei einem Radius von $\frac{1}{2}$ dm beträgt der Inhalt der Kugel $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{1}{2})^3$ mal $\frac{22}{7}$ cdm. Das sind $\frac{1}{3}$ mal $\frac{1}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ oder $\frac{1}{3}$ mal $\frac{11}{7} = \frac{11}{21}$ cdm. Der kubische Inhalt dieser Kugel beträgt also $\frac{11}{21}$ cdm.

7. Die Oberfläche einer Kugel beträgt $28\frac{2}{7}$ qdm. Wie groß ist ihr körperlicher Inhalt?

Aufl.: Aus der Oberfläche einer Kugel findet man den Radius, wenn man die Quadratwurzel aus der durch die vierfache ludolfische Zahl geteilten Oberfläche zieht. Die Oberfläche beträgt $28\frac{2}{7}$ oder $\frac{198}{7}$ qdm. Das Vierfache der ludolfischen Zahl ist $\frac{88}{7}$. $\frac{198}{7}$ mal $\frac{7}{88}$ ist $\frac{198}{88}$ oder $\frac{18}{8}$. Die Quadratwurzel aus $\frac{18}{8}$ oder aus $\frac{9}{4}$ ist $\frac{3}{2}$. Der Radius dieser Kugel mißt also $\frac{3}{2}$ dm. Demnach ist der kubische Inhalt gleich $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{3}{2})^3$ mal $\frac{22}{7}$ cdm. $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{3}{2})^2$ ist 3 und $\frac{3}{2}$ mal 3 ist $\frac{9}{2}$. $\frac{22}{7}$ mal $\frac{9}{2}$ ist $\frac{11}{7}$ mal 9 oder $\frac{99}{7}$. Das ist $14\frac{1}{7}$. Das Volumen dieser Kugel beträgt also **$14\frac{1}{7}$** cdm.

8. Der massive kugelförmige Knopf eines Spazierstockes hat einen Umfang von $5\frac{1}{2}$ cm. Welchen Wert hat derselbe, wenn er aus Gold ist, das Gramm Gold zu $2\frac{1}{2}$ *M* gerechnet wird und das spezifische Gewicht seines Goldes 19,2 ist?

Aufl. Beträgt der Umfang des Knopfes $5\frac{1}{2}$ oder $\frac{11}{2}$ cm, dann hat der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $\frac{11}{2}$ oder $\frac{7}{4}$ cm. Der Radius mißt dann $\frac{7}{8}$ cm. Der Kubikinhalt dieses Knopfes ist also gleich $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{7}{8})^3$ mal $\frac{22}{7}$ ccm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{7}{8}$ ist $\frac{1}{3}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $\frac{7}{6}$; $\frac{7}{8}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{4}$; $\frac{7}{6}$ mal $\frac{11}{4}$ ist $\frac{77}{24}$ und $\frac{7}{8}$ mal $\frac{77}{24}$ ist $\frac{539}{192}$. Der kugelförmige Knopf enthält also $\frac{539}{192}$ ccm. Wenn das spezifische Gewicht seines Goldes 19,2 ist, dann haben diese $\frac{539}{192}$ ccm Gold 53,9 g. Gilt 1 g Gold $2\frac{1}{2}$ *M*, dann haben 53 g einen Wert von 53 mal $2\frac{1}{2}$ *M* oder von 106 *M* und $26\frac{1}{2}$ *M* oder von zusammen $132\frac{1}{2}$ *M*. $\frac{1}{10}$ g gilt dann 25 *₰* und $\frac{9}{10}$ g gelten 9 mal 25 *₰* oder 2 *M* 25 *₰*. $132\frac{1}{2}$ *M* und 2 *M* 25 *₰* sind 134 *M* 75 *₰*. Der Knopf des Spazierstockes hat also einen Wert von **$134\frac{3}{4}$** *M*.

9. Von zwei Kugeln hat die eine einen Halbmesser von 3 dm und die andere einen solchen von 4 dm. Wie verhalten sich ihre Oberflächen zu einander?

Aufl.: Bei einem Halbmesser von 3 dm beträgt die Oberfläche der einen Kugel 4 mal 3^2 mal $3\frac{1}{7}$ qdm. Das sind 36 mal $3\frac{1}{7}$ oder $113\frac{1}{7}$ qdm. Die Oberfläche der ersten Kugel hat also **$113\frac{1}{7}$** qdm.

Die zweite Kugel hat einen Radius von 4 dm. Ihre Oberfläche hat demnach 4 mal 4^2 mal $3\frac{1}{7}$ qdm. Das sind 64 mal

$3\frac{1}{7}$ oder $201\frac{1}{7}$ qdm. Die zweite Kugel hat also eine Oberfläche von **$201\frac{1}{7}$** qdm.

Die Oberflächen beider Kugeln verhalten sich folglich zu einander wie $113\frac{1}{7}$ zu $201\frac{1}{7}$ oder wie 792 zu 1408 oder wie 1 zu $1\frac{616}{792}$ = 1 zu $1\frac{77}{99}$ = **1** zu **$1\frac{7}{9}$**.

10. Eine Bleikugel hat einen Umfang von $4\frac{5}{7}$ cm. Wie schwer ist dieselbe, wenn das spezifische Gewicht des Bleies zu $11\frac{1}{5}$ gerechnet wird?

Aufl.: Beträgt der Umfang dieser Kugel $4\frac{5}{7}$ cm oder $\frac{33}{7}$ cm, dann hat sie einen Durchmesser von $\frac{7}{22}$ mal $\frac{33}{7}$ oder von $\frac{3}{2}$ cm. Ihr Radius beträgt dann $\frac{3}{4}$ cm. Bei einem solchen Radius ist ihr Inhalt gleich $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{3}{4})^3$ mal $\frac{22}{7}$ ccm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{3}{4}$ ist 1; $\frac{3}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{3}{2}$ mal $\frac{11}{7}$ oder $\frac{33}{14}$; ferner 1 mal $\frac{3}{4}$ mal $\frac{33}{14}$ ist $\frac{99}{56}$. Der kubische Inhalt dieser Kugel beträgt demnach $\frac{99}{56}$ ccm. Nun soll das spezifische Gewicht des Bleies zu $11\frac{1}{5}$ oder $\frac{56}{5}$ gerechnet werden. Folglich hat die Kugel ein Gewicht von $\frac{56}{5}$ mal $\frac{99}{56}$ g. Das sind $\frac{99}{5}$ oder $19\frac{4}{5}$ g. Die Bleikugel wiegt also **$19\frac{4}{5}$** g.

11. Eine Kugel und ein Cylinder haben den gleichen Radius, nämlich $3\frac{1}{2}$ cm. Der Durchmesser der Kugel ist gleich der Höhe des Cylinders. Wie verhalten sich die Inhalte beider Körper zu einander?

Aufl.: Beträgt der Radius der Kugel $3\frac{1}{2}$ cm oder $\frac{7}{2}$ cm, so ist ihr Inhalt gleich $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{7}{2})^3$ mal $\frac{22}{7}$ ccm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{7}{2}$ ist $\frac{2}{3}$ mal 7 oder $\frac{14}{3}$; $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 11; $\frac{7}{2}$ mal 11 ist $\frac{77}{2}$ und ferner $\frac{77}{2}$ mal $\frac{14}{3}$ ist 77 mal $\frac{7}{3}$ oder 77 mal $2\frac{1}{3}$. Das ist 154 und $25\frac{2}{3}$, zusammen also $179\frac{2}{3}$. Der kubische Inhalt dieser Kugel beträgt demnach **$179\frac{2}{3}$** ccm.

Nun hat ein Cylinder denselben Radius von $3\frac{1}{2}$ cm, aber eine Höhe von der Länge des Durchmessers der Kugel, also von 7 cm. Ein solcher Cylinder hat einen kubischen Inhalt von $(\frac{7}{2})^2$ mal $\frac{22}{7}$ mal 7 ccm. $\frac{22}{7}$ mal 7 ist 22 und $\frac{7}{2}$ im Quadrat ist $\frac{49}{4}$. 22 mal $\frac{49}{4}$ ist 11 mal $\frac{49}{2}$ oder 11 mal $24\frac{1}{2}$. Das ist 245 und $24\frac{1}{2}$ oder $269\frac{1}{2}$. Der Cylinder hat also ein Volumen von **$269\frac{1}{2}$** ccm.

Die Inhalte beider Körper betragen demnach $179\frac{2}{3}$ ccm und $269\frac{1}{2}$ ccm. Das sind $\frac{539}{3}$ ccm und $\frac{539}{2}$ ccm. Folglich verhält sich der Inhalt der Kugel zu dem des Cylinders wie **2** zu **3**.

12. Eine Kegelkugel aus Lignumsanktumholz hat einen Durchmesser von $17\frac{1}{2}$ cm. Wie schwer ist dieselbe, wenn das spezifische Gewicht ihres Holzes zu 1,6 angenommen wird?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser $17\frac{1}{2}$ cm oder $1\frac{3}{4}$ dm, so hat der Radius $\frac{7}{8}$ dm. Der kubische Inhalt dieser Kugel beträgt dann $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{7}{8})^3$ mal $\frac{22}{7}$ cdm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{7}{8}$ ist $\frac{1}{3}$ mal $\frac{7}{2}$ oder

$\frac{7}{6}$; $\frac{7}{8}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{4}$; $\frac{7}{8}$ mal $\frac{11}{4}$ ist $\frac{77}{32}$ und ferner $\frac{7}{6}$ mal $\frac{77}{32}$ ist $\frac{539}{192}$. Der körperliche Inhalt dieser Kugel beträgt also $\frac{539}{192}$ cdm.

Nun ist das spezifische Gewicht ihres Holzes zu 1,6 angenommen, d. h. ein 1 cdm wiegt 1,6 kg. $\frac{539}{192}$ cdm wiegen darum $\frac{539}{192}$ mal 1,6 kg. Das sind, da 16 in 192 12 mal enthalten ist, $\frac{539}{120}$ kg oder $4\frac{59}{120}$ kg. Die Kugel wiegt also $\mathbf{4\frac{59}{120}}$ oder fast $\mathbf{4\frac{1}{2}}$ kg.

13. Ein neuer Turm soll einen kugelförmigen Knopf mit einem Umfange von $2\frac{1}{5}$ m erhalten. Was kostet die Vergoldung dieses Turmknopfes, wenn für das Quadratmeter 200 ℳ verlangt werden?

Aufl.: Mißt der Umfang dieses Knopfes $2\frac{1}{5}$ oder $\frac{11}{5}$ m, dann beträgt der Durchmesser desselben $\frac{7}{22}$ mal $\frac{11}{5}$ oder $\frac{7}{2}$ mal $\frac{1}{5}$, also $\frac{7}{10}$ m. Das sind 7 dm. Der Radius hat dann $\frac{7}{2}$ dm. Demnach ist die Oberfläche gleich 4 mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ qdm. 4 mal $\frac{7}{2}$ ist 2 mal 7 oder 14 und $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 11. 14 mal 11 ist 154. Die Oberfläche dieses Turmknopfes hat also 154 qdm oder 1 qm 54 qdm. Kostet nun 1 qm 200 ℳ oder 1 qdm 2 ℳ, dann kostet die Vergoldung dieses Knopfes 200 ℳ und 108 ℳ oder zusammen **308** ℳ.

14. Ein kugelförmiger Luftballon hat einen Umfang von $31\frac{3}{7}$ m. Wie groß ist seine Oberfläche und sein Inhalt?

Aufl.: Mißt der Umfang dieses Ballons $31\frac{3}{7}$ m, dann hat sein Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal $31\frac{3}{7}$ oder $\frac{7}{22}$ mal $\frac{220}{7}$ m. Das sind 10 m. Bei einem solchen Durchmesser hat der Radius 5 m. Die Oberfläche des Ballons hat dann 4 mal 5^2 mal $3\frac{1}{7}$ qm. Das sind 100 mal $3\frac{1}{7}$ oder $\mathbf{314\frac{2}{7}}$ qm.

Bei einem Halbmesser von 5 m beträgt der Inhalt dieses kugelförmigen Ballons $\frac{4}{3}$ mal 125 mal $3\frac{1}{7}$ cbm oder 4 mal $41\frac{2}{3}$ mal $3\frac{1}{7}$ cbm. 4 mal $41\frac{2}{3}$ ist $166\frac{2}{3}$. 3 mal $166\frac{2}{3}$ ist 500 und der 7. Teil von $166\frac{2}{3}$ ist $23\frac{17}{21}$. 500 und $23\frac{17}{21}$ ist $523\frac{17}{21}$. Das Volumen dieses Luftballons beträgt demnach $\mathbf{523\frac{17}{21}}$ cbm.

15. Zwei aneinander gepaßte Magdeburger Halbkugeln haben einen Umfang von zusammen 44 cm. Mit welchem Drucke werden dieselben im luftleeren Zustande zusammengehalten, wenn der Druck der Atmosphäre 103 kg auf das Quadratdezimeter beträgt?

Aufl.: Der Umfang beträgt 44 cm. Dann ist der Durchmesser gleich $\frac{7}{22}$ mal 44 cm oder 7 mal 2 = 14 cm. Der Radius hat 7 cm. Bei einem solchen Halbmesser hat die Oberfläche 4 mal 7 mal 7 mal $\frac{22}{7}$ qcm. 4 mal 7 ist 28 und 7 mal $\frac{22}{7}$ ist 22. 28 mal 22 ist 560 und 56 oder 616. Die Oberfläche dieser Halbkugeln hat also 616 qcm oder **6** qdm **16** qcm.

Drückt die Luft auf die Fläche eines Quadratdezimeters mit einem Drucke von 103 kg, dann müssen diese Halkugeln

einen Druck von 6 mal 103 kg und 16 mal 1,03 kg auszuhalten. 6 mal 103 ist 618 und 16 mal 1,03 ist 16,48. 618 und 16,48 ist 634,48. Die beiden Halbkugeln haben also einen Druck von **634,48** kg auszuhalten.

16. Ein Cylinderdampfkessel von 1 m innerer Weite ist an den beiden Enden durch zwei Halbkugeln geschlossen. Seine ganze innere Länge beträgt $4\frac{1}{2}$ m. Wie groß ist das innere Volumen desselben?

Aufl.: Der Kessel hat eine Weite von 1 m. Demnach hat der Querschnitt desselben $\frac{1}{2}$ mal $\frac{1}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ qm. $\frac{1}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{7}$ und $\frac{1}{2}$ mal $\frac{11}{7}$ ist $\frac{11}{14}$. Der Querschnitt hat also $\frac{11}{14}$ qm. Beträgt die ganze innere Länge $4\frac{1}{2}$ m und sind die beiden Enden in einer Weite von 1 m durch zwei Halbkugeln geschlossen, dann ist die eigentliche Höhe des Cylinders $4\frac{1}{2}$ m weniger 1 m, also $3\frac{1}{2}$ m oder $\frac{7}{2}$ m. Der Cylinder ohne Halbkugeln enthält demnach $\frac{7}{2}$ mal $\frac{11}{14}$ oder $\frac{11}{4}$ cbm. Das sind $2\frac{3}{4}$ cbm. — Zu diesem Inhalte kommt noch der von den beiden Halbkugeln. Der Durchmesser beider beträgt 1 m. Folglich ist ihr Radius $\frac{1}{2}$ m und ihr Inhalt ist demnach $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{1}{2})^3$ mal $\frac{22}{7}$ cbm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{1}{2}$ ist $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{7}$; $\frac{2}{3}$ mal $\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{3}$ und ferner $\frac{11}{7}$ mal $\frac{1}{3}$ ist $\frac{11}{21}$. Die beiden Halbkugeln enthalten also $\frac{11}{21}$ cbm.

Der ganze Inhalt beträgt demnach $2\frac{3}{4}$ cbm und $\frac{11}{21}$ cbm oder $2\frac{63}{84}$ und $\frac{44}{84}$ oder $\mathbf{3\frac{23}{84}}$ cbm.

17. Welchen Wert hat eine Silberkugel von $1\frac{1}{2}$ cm Durchmesser, wenn das spezifische Gewicht des Silbers $10\frac{1}{2}$ ist und aus 1 kg Silber 200 *M* geprägt werden?

Aufl.: Beträgt der Durchmesser $1\frac{1}{2}$ cm, dann hat der Radius $\frac{3}{4}$ cm. Der kubische Inhalt der Kugel ist dann gleich $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{3}{4})^3$ mal $\frac{22}{7}$ ccm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{3}{4}$ ist 1 und $\frac{3}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{3}{2}$ mal $\frac{11}{7}$ oder $\frac{33}{14}$. 1 mal $\frac{3}{4}$ mal $\frac{33}{14}$ ist $\frac{99}{56}$. Der kubische Inhalt dieser Kugel beträgt also $\frac{99}{56}$ ccm. Bei einem spezifischen Gewichte von $10\frac{1}{2}$ oder $\frac{21}{2}$ hat diese Kugel dann $\frac{99}{56}$ mal $\frac{21}{2}$ g. Das sind $\frac{99}{8}$ mal $\frac{3}{2}$ oder $\frac{297}{16}$ g $= 18\frac{9}{16}$ g.

Prägt man aus 1 kg Silber 200 *M*, dann hat 1 g Silber den Wert von $\frac{2}{10}$ oder $\frac{1}{5}$ *M*. 18 g Silber sind demnach 18 mal $\frac{1}{5}$ *M* oder $3\frac{3}{5}$ *M* wert und $\frac{9}{16}$ g haben einen Wert von $\frac{9}{16}$ mal $\frac{1}{5}$ oder $\frac{9}{80}$ *M*. $3\frac{3}{5}$ *M* oder $3\frac{48}{80}$ *M* und $\frac{9}{80}$ *M* sind zusammen $3\frac{57}{80}$ *M*. Die Silberkugel hat also einen Wert von $\mathbf{3\frac{57}{80}}$ ($\mathbf{3\frac{3}{4}}$) *M*.

18. Wie schwer ist eine Bleikugel von 11 cm Umfang, wenn das spezifische Gewicht des Bleies $11\frac{2}{5}$ ist?

Aufl.: Bei einem Umfange von 11 cm beträgt der Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal 11 cm oder $\frac{7}{2}$ cm. Demnach mißt der Radius $\frac{7}{4}$ cm. Der kubische Inhalt beträgt dann $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{7}{4})^3$ mal $\frac{22}{7}$ ccm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{7}{4}$ ist $\frac{7}{3}$ und $\frac{7}{4}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{22}{4}$ oder $\frac{11}{2}$; $\frac{7}{3}$ mal $\frac{7}{4}$ ist $\frac{49}{12}$;

$\frac{11}{2}$ mal $\frac{49}{12}$ ist ist $\frac{539}{24}$. Das sind $22\frac{11}{24}$ ccm. Ist das spezifische Gewicht des Bleies $11\frac{2}{5}$, dann haben diese $22\frac{11}{24}$ ccm ein Gewicht von $11\frac{2}{5}$ mal $22\frac{11}{24}$ g. 11 mal $22\frac{11}{24}$ ist 242 und $\frac{121}{24}$ oder $5\frac{1}{24}$, zusammen also $247\frac{1}{24}$. Ferner sind $\frac{2}{5}$ mal $22\frac{11}{24}$ zu suchen. $\frac{1}{5}$ hievon ist $4\frac{59}{120}$ und 2 mal soviel ist $8\frac{118}{120}$. $247\frac{1}{24}$ oder $247\frac{5}{120}$ und $8\frac{118}{120}$ ist $256\frac{3}{120}$ oder $256\frac{1}{40}$. Die Bleikugel hat also ein Gewicht von **$256\frac{1}{40}$** g.

19. Eine Kugel ist $\frac{1}{3}$ mal so groß als eine andere mit 22 dm Umfang. Welchen Inhalt hat jede?

Aufl.: Hat die eine Kugel 22 dm Umfang, dann beträgt ihr Durchmesser $\frac{7}{22}$ mal 22 oder 7 dm. Ihr Radius mißt dann $\frac{7}{2}$ dm. Bei einem solchen Halbmesser hat die Kugel einen körperlichen Inhalt von $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{7}{2})^3$ mal $\frac{22}{7}$ cdm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{7}{2}$ ist $\frac{2}{3}$ mal 7 oder $\frac{14}{3}$; $\frac{7}{2}$ mal $\frac{22}{7}$ ist 11 und $\frac{7}{2}$ mal 11 ist $\frac{77}{2}$. $\frac{14}{3}$ mal $\frac{77}{2}$ ist $\frac{7}{3}$ mal 77 oder $\frac{539}{3}$. Das sind $179\frac{2}{3}$. Hat die eine Kugel einen Rauminhalt von **$179\frac{2}{3}$** cdm, dann ist der Inhalt der zweiten Kugel, welche nur $\frac{1}{3}$ so groß ist, gleich **$59\frac{8}{9}$** cdm.

20. Ein gerader Kegel hat mit einer Kugel denselben Durchmesser und dieselbe Höhe, nämlich $1\frac{3}{4}$ dm. In welchem Verhältnisse stehen deren Inhalte zu einander?

Aufl.: Hat der Kegel einen Durchmesser von $1\frac{3}{4}$ dm oder von $\frac{7}{4}$ dm, dann beträgt sein Radius $\frac{7}{8}$ dm. Der Flächeninhalt seiner Grundfläche ist gleich $(\frac{7}{8})^2$ mal $\frac{22}{7}$. $\frac{7}{8}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{4}$; $\frac{7}{8}$ mal $\frac{11}{4}$ ist $\frac{77}{32}$. Die Fläche hat also $\frac{77}{32}$ qdm. Die Höhe des Kegels beträgt $1\frac{3}{4}$ dm oder $\frac{7}{4}$ dm. Der dritte Teil hievon ist gleich $\frac{7}{12}$ dm. Folglich beträgt der körperliche Inhalt dieses Kegels $\frac{7}{12}$ mal $\frac{77}{32}$ oder $\frac{539}{384}$ cdm.

Bei einem Radius von $\frac{7}{8}$ dm ist der Inhalt der Kugel gleich $\frac{4}{3}$ mal $(\frac{7}{8})^3$ mal $\frac{22}{7}$ cdm. $\frac{4}{3}$ mal $\frac{7}{8}$ ist $\frac{1}{3}$ mal $\frac{7}{2}$ oder $\frac{7}{6}$; $\frac{7}{8}$ mal $\frac{22}{7}$ ist $\frac{11}{4}$; $\frac{7}{8}$ mal $\frac{11}{4}$ ist $\frac{77}{32}$ und $\frac{7}{6}$ mal $\frac{77}{32}$ ist $\frac{539}{192}$. Die Kugel hat demnach einen Inhalt von $\frac{539}{192}$ cdm.

Die Inhalte des Kegels und der Kugel verhalten sich also zu einander wie $\frac{539}{384}$ zu $\frac{539}{192}$ oder wie **1** zu **2**.

Fernerer Verlag der Buchner'schen Buchhandlung in Bamberg.

Zum Gebrauch an den Kgl. b. 2c. Lehranstalten genehmigt!

Andachtsbuch für katholische Christen in stenographischer Schrift herausgegeben vom Gabelsberger Stenographen-Verein in Bamberg. Mit erzbischöflicher Approbation. 3. verbesserte Aufl. $2^1/_2$ Mk.; in Goldschnitt fein geb. 4 Mk.

Gebet- und Erbauungsbuch in stenographischer Schrift für Protestanten. Eleg. broch. 2 Mk. Goldschnitt fein geb. $3^1/_2$ Mk.

Dechelmann, W., Hauptlehrer in Tölz, **Aufsatzübungen für Fortbildungs-, höhere Bürgerschulen** und **Präparandenanstalten**. **90** Pf.; **Parthiepreis** bei Abnahme von **15** Exempl. à **80** Pf. nebst 1 Freiexempl.

☰ Durch h. ministerielle Entschließung zum Gebrauche in Fortbildungsschulen 2c. ausdrücklich empfohlen.

Eulenhaupt, C. W., Handbuch für den Unterricht in der deutschen Sprache, in den Realien und im Rechnen. 8. sehr verbesserte nach der neuen h. vorgeschriebenen Orthographie bearbeitete Auflage. 1881. 3 Abteilungen: 27 Bogen 2 Mk. 50 Pf. (I. Abteilung: **deutsche Sprache** 90 Pf.; II. Abteilung: **Realien** 80 Pf.; III. Abteilung: **Rechnen,** 2 Teile à 40 Pf.)

Derselbe, Sprachstoffe oder Aufgaben für **deutsche Sprache, Rechtschreiben** und **schriftliche Arbeiten** für **Schüler** von 7 — 9 Jahren bearbeitet. 1876. Mit Anhang die neue Rechtschreibung betr. 40 Pf.

Heinisch, G. F., Geschichte Bayerns mit besonderer Rücksicht auf deutsche Geschichte. Nach den allerhöchsten Vorschriften für Lehranstalten bearbeitet. Dritte verbesserte, bis auf die **neueste** Zeit ergänzte Auflage. 2 Mk.

Heinisch, G. F. u. Ludwig, J. L., die Sprache der Prosa, Poesie und Beredsamkeit, theoretisch erläutert und mit vielen Beispielen aus den Schriften der besten deutschen Klassiker versehen. Ein Sprach- und Lesebuch für höhere Lehranstalten. **2.** gänzlich umgearbeitete Auflage. (48 Bogen.) $4^1/_2$ Mk.

☞ Hiezu gehörend erschien:

Grundriß der Geschichte der deutschen Literatur. Für höhere Lehranstalten bearbeitet von **G. F. Heinisch.** 1 Mark. (Beide Bücher sind zum Gebrauche in den k. bayerischen Studienanstalten ministeriell genehmigt; der „Grundriß der deutschen Literaturgeschichte" auch für die Realschulen.)

☞ Die „Blätter f. d. bayer. Gymnasialschulwesen" 1867, S. 296 äußern sich in nachstehender günstiger Weise über diese neue umgearb. Auflage:

„Das erste Werk enthält in 2 Abschnitten I. die Lehre vom Stil (S. 1—48), die Theorie immer durch entsprechende Beispiele veranschaulicht; II. die Lehre von der Prosa, Poesie und Beredsamkeit im allgemeinen (S. 49—718), d. h. eine kurze Darstellung des Wesens und Charakters der verschiedenen Stilgattungen und Dichtungsarten mit vielen Musterbeispielen. Dazu kommt noch ein Verzeichnis der Dichter und Prosaiker, aus denen hier Stücke mitgeteilt sind, mit kurzen biographischen Nachrichten. Der theoretische Teil ist immer kurz gehalten, doch ausreichender ist dagegen die Auswahl der Musterstücke und im ganzen auch gelungen. Die Ordnung ist innerhalb der einzelnen Gattungen nach dem literaturhistortischen Gesichtspunkt. Auch an den notwendigsten erklärenden Noten unter dem Texte fehlt es nicht. Man kann dem Buch nicht absprechen, daß es mit viel Fleiß und Geschick verabfaßt ist; an der Hand desselben ist jedermann im stande, sich über das ganze Gebiet der deutschen Sprache und Literatur zu orientieren. Zudem ist das Werk bei guter Ausstattung ungewöhnlich billig — 48 Bogen zu 4 Mk. 50 Pf. Man kann es daher mit gutem Gewissen dem Gebrauche, besonders auch zur Verteilung als Preisbuch empfehlen."

Weitere sehr anerkennende Beurteilungen im **Kärntischen Schulblatt**, 1874 Nr. 11; **Blätter für Erziehung und Unterricht** (Prag), 1874 Nr. 21; **Schulfreund für Elsaß-Lothringen**, 1874, Nr. 38; **Schlesische Schulzeitung**, 1874, Nr. 30; **Wiener Literaturzeitung** u. s. w.

Heinisch, G. F., Anleitung zur gewerblichen Buchhaltung, zur Anfertigung von Herstellungs-Calculationen, Kostenvoranschlägen und Rechnungsauszügen sowie Uebungsaufgaben hiezu und praktische Durchführung derselben 2c. 3. nach den **neuen Münz-, Maß- u. Gewichtsverhältnissen** gänzlich umgearbeitete Auflage. 1875. 4 Mk. (Apart erschienen: **Größere Schülerausgabe** $1^1/_5$ Mk., **kleinere** ditto $^1/_2$ Mk.; **Einschreibbuch** 40 Pf.) ☞ Durch **h. Ministerialentschließung** v. 26. Jan. 1861 ist diese **Heinisch'sche Anleitung** 2c. nebst **Schülerausgabe** und **Einschreibbuch** als **ausschließlich** zu gebrauchendes Lehrmittel vorgeschrieben.

Verlag der **Buchner'schen** Buchhandlung in **Bamberg**.

Heinisch, G. F., Kleine Weltkunde, 7. vollständig neu bearbeitete Auflage.
Im Kreise Schwaben durch hohe Reg.=Entschl. in den Fortbildungsschulen offiziell eingeführt, den oberen Klassen der Volksschule empfohlen.

Englmann, L., Grammatik der deutschen Sprache. 7. verbesserte und mit einem Wörterverzeichnisse für richtige Schreibung u. Beugung vermehrte Auflage. Nach der neuen bayer. u. preuß. Orthographie bearbeitet von Dr. **H. Welzhofer**, kgl. Studienlehrer in München. **1887. 2 Mk.**
☞ Vorstehende **„Deutsche Grammatik"** ist ferner zum Schulgebrauche genehmigt in den königl. **bayerischen Realschulen** (3. Oktober 1877, Kultus=Minist.=Blatt 1877, Nr. 34 S. 435), von der **Kgl. Würtemb. Kultus-Ministerial-Abteilung für Gelehrten-** und **Realschulen** (12. April 1873) und vom **Großherzogl. Hessischen Oberschulrat** (29. April 1873).

— —, **Deutsche Orthographie und alphabetisches Wörterverzeichnis für richtige Schreibung und Beugung. 4.** verbesserte und mit den gebräuchlichsten Fremdwörtern vermehrte Auflage. (Nach der neuen bayerischen und preußischen Rechtschreibung. **1881.** Ermäßigter Preis 60 Pf.
☞ **Hiezu ist als sehr brauchbares Hilfsbuch erschienen:** ☜

Deutsches Übungsbuch. Im Anschluß an **Englmanns Deutsche Grammatik** für die erste, zweite und dritte Lateinklasse. Bearbeitet von **A. Winter,** Kgl. Studienlehrer. I. Teil: **Formenlehre.** 1 Mk. II. Teil: **Satzlehre.** 80 Pf.

Offingers und Englbrecht's Inbegriff des Nothwendigsten und Gemeinnützigsten aus der Natur und dem Menschenleben. Ein Hilfsbuch zum Unterrichte über Realien, Sprache und Rechnen für Stadt=, Land=, Real= und Fortbildungsschulen. 18. verbesserte und nach der neuen h. vorgeschriebenen Orthographie umgearbeitete, vielfach vermehrte Auflage. Preis cplt. 2 Mk. **1887.**
Diese neue Auflage wird auch, in drei Teile resp. in einzelnen Heftchen gesondert, abgegeben. I. Teil „Sprachlehre" kostet 80 Pf., II. Teil „Rechnen", bestehend aus 3 Heftchen: Unter=, Mittel= u. Oberstufe à 20 Pf., III. Teil: „Realien", bestehend aus 3 Heftchen: Geographie, Geschichte, Naturkunde à 20 Pf.

Helm, J., Grundzüge der empirischen Psychologie und Logik. 4. Aufl. 1887. 1 Mk. 60 Pf.

Stadelmann, W., k. Bezirksamtmann, **Handbuch für Landgemeinde=Verwaltungen, Armenpflegschaftsräthe, Kirchen= und Schulverwaltungen, Verwalter des Gemeinde= und Stiftungsvermögens und der Gemeindeschreiber** des rechtsrheinischen Bayerns. **10.** unter Berücksichtigung der **neuesten deutschen Reichsgesetze** und **bayerischen Gesetzgebung** vollständig neu bearb. Auflage. 1887. Preis 10 Mk. Auch in 8 Lieferungen à 1 Mk. 25 Pf. zu beziehen.

Im Verlag der **Buchnerschen Buchhandlung** in **Bamberg** wird ferner erscheinen:

Deutsches Lesebuch

für die

beiden ersten Gymnasialklassen.

Herausgegeben von

A. Brunner,

k. Gymnasialprofessor in Speyer.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Emmerig, Adolf

Geometrische Kopfrechenaufgaben und deren Auflösungen Für die Oberklassen der Volksschulen, für Fortbildungs- und Mittelschulen, Lehrerseminarien [
et]c

Bamberg 1887

Math.p. 129 k
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11650865-6